





# آموزش گام به گام ریاضی پایه چهارم ابتدایی

تألیف:

مهناز کریمی مزرعه شاه

سرشناسه: کریمی مزرعه شاه، مهناز، ۱۳۶۸-  
عنوان و نام پدیدآور: آموزش گام به گام ریاضی پایه چهارم ابتدایی / تالیف مهناز کریمی مزرعه شاه.  
مشخصات نشر: تهران: شهر علم، ۱۴۰۰.  
مشخصات ظاهری: [۹۸] ص.؛ مصور رنگی، جدول، نمودار؛ ۲۲×۲۹ س. م.  
شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۶۲۵-۲۳-۴  
وضعیت فهرست نویسی: فیبای مختصر  
شماره کتابشناسی ملی: ۸۴۵۶۱۶۸  
اطلاعات رکورد کتابشناسی: فیبا

## آموزش گام به گام ریاضی پایه چهارم ابتدایی

گردآوری و تألیف: مهناز کریمی مزرعه شاه

نوبت چاپ: اول

شابک: ۹۷۸-۶۲۲-۶۶۲۵-۲۳-۴

شمارگان: ۵۰۰ مجلد

ناشر: شهر علم (مرکز چاپ دیجیتال صداقت)

قیمت: ۸۰,۰۰۰ تومان

آدرس: تهران، میدان انقلاب، خیابان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، مجتمع کتاب فروردین، طبقه زیرهم کف

تلفن: ۰۲۱۶۶۴۰۱۹۳۸-۰۹۱۲۱۷۵۳۷۰۶

پست الکترونیکی: [Shahre.elm@yahoo.com](mailto:Shahre.elm@yahoo.com)



انتشارات شهر علم

### مقدمه:

ما بدان مقصد عالی نتوانیم رسید

هم مگر پیش نهد لطف شما گامی چند

با نام و یاد خدا و سپاس از سه وجود مقدس:

آنان که ناتوان شدند تا ما به توانایی برسیم ...

موهایشان سپید شد تا ما روسفید شویم ...

و عاشقانه سوختند تا گرمابخش وجود ما و روشنگر راهمان باشند ...

پدرانمان ...

مادرانمان ...

استادانمان ...

این مجموعه شرحی بر کتاب ریاضی چهارم دبستان با ذکر مثال‌ها جهت تفهیم بیشتر مباحث و تمرین‌های تکمیلی می‌باشد.

من و همکارانم در آموزشگاه باران دانش اردکان معتقدیم باران دانش باید بیارد تا حاصلخیزی و زندگی پدید آرد؛ این اثر قطره‌ی دانش من است برای بچه‌های کلاس، شهرم و فرزندان سرزمینم ایران.

## فهرست مطالب

۷	..... فصل اول: اعداد و الگوها
۲۷	..... فصل دوم: کسر
۳۹	..... فصل سوم: ضرب و تقسیم
۵۷	..... فصل چهارم: اندازه‌گیری
۶۷	..... فصل پنجم: عددهای مخلوط و عدد اعشاری
۷۷	..... فصل ششم: شکل‌های هندسی
۹۱	..... فصل هفتم: آمار و احتمالات



فصل اوّل  
**اعداد و الگوهَا**

راهبردهای حل مسئله: ۱- الگویابی ۲- رسم شکل

الگویابی:

یکی از روش‌ها و راهبردهای حل مسئله الگویابی است؛ می‌توانیم برای حل برخی مسئله‌ها بین عددها و شکل‌ها یک الگو یا رابطه کشف کنیم.

الگو: نوعی نظم و ترتیب است که بین شکل‌ها یا اعداد حاکم است و خود از مجموعه‌ای از اعمال ریاضی مانند جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و حتی ترکیب دو تا از این اعمال حاصل می‌شود. الگوها هم می‌توانند عددی و هم می‌توانند هندسی (شکلی) باشند.

$$48, 40, 32, \dots, \dots$$

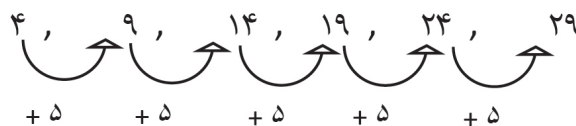
این یک الگوی کاهشی است که هر عدد به اندازه‌ی ۸ واحد از عدد قبل خود کوچکتر است.



الگوی بعدی را مشاهده کنید.

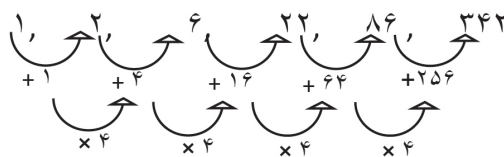
$$4, 9, 14, 19, \dots, \dots$$

این یک الگوی افزایشی است که هر عدد به اندازه‌ی ۵ واحد از عدد قبل از خود بزرگتر است.



$$1, 2, 6, 22, \dots, \dots$$

این یک الگوی ترکیبی است که در آن از دو عمل جمع و ضرب استفاده شده است، و هر عدد به اندازه‌ی ۴ (اختلاف دو عدد قبلیش  $4 \times$ ) از عدد قبل از خود بزرگتر است.

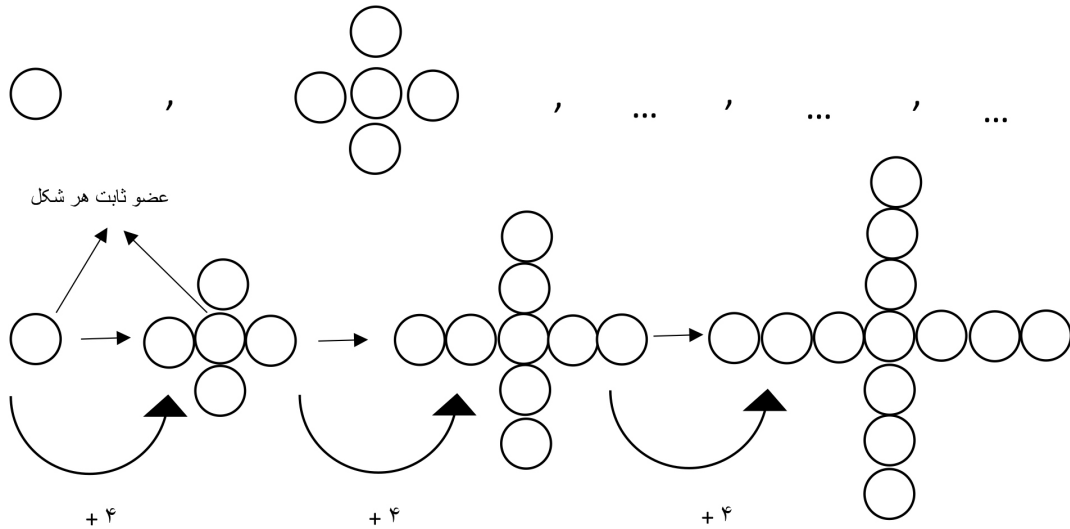




در یک سری از الگوها تعدادی شکل پشت سر هم آمده‌اند که همه‌ی شکل‌ها رابطه‌ی مشخصی را دنبال می‌کنند؛ آن‌ها را الگوی هندسی می‌نامند.

برای پیدا کردن رابطه‌ی میان شکل‌ها می‌توانیم از روش‌های زیر استفاده کنیم:

**روش اول:** نگه داشتن یک عضو ثابت و نوشتن رابطه‌ی بین شکل‌ها، با توجه به شماره‌ی شکل و تعداد اضافه شدن الگوی شکلی زیر را ادامه دهید و بگویید در شکل دهم چند دایره وجود خواهد داشت؟



در هر یک از شکل‌های الگو دایره‌ی میانی ثابت است و در هر شکل نسبت به شکل بعدی ۴ دایره در چهار جهت دایره‌ی ثابت، یعنی در هر جهت یک دایره اضافه می‌شود.

حالا می‌توانیم با استفاده از رابطه‌ای که برای شکل‌ها می‌نویسیم و در اکثر الگوهای هندسی که عضو ثابت دارند می‌توان از این رابطه استفاده کرد، تعداد دایره‌های هر شکلی از الگو را که بخواهد محاسبه کنیم که در این سؤال تعداد دایره‌های شکل دهم را از ما خواسته است.

(تعداد اضافه شدن‌ها × فاصله‌ی شماره‌ی شکل تا شکل اول) + عضو ثابت = تعداد دایره‌ها یا عضوهای شکل n ام)

$$\text{تعداد دایره‌های شکل دهم} = 1 + (9 \times 4) = 37$$

اگر تعداد دایره‌های شکل بیستم را هم از ما بخواهد با استفاده از رابطه‌ی بالا به راحتی محاسبه می‌کنیم و دیگر نیازی نیست شکل‌های الگو را تا شکل بیستم رسم کنیم.

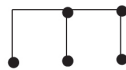
$$\text{تعداد دایره‌های شکل بیستم} = 1 + (19 \times 4) = 77$$

حالا مثال بعدی را با هم حل می‌کنیم:

\* شکل هشتم با چند چوب کبریت درست می شود؟



شکل اول



شکل دوم



شکل سوم

از روش نگه داشتن عضو ثابت استفاده می کنیم و چوب کبریت های شکل اول را ثابت در نظر می گیریم. پس در هر شکل ۳ چوب کبریت ثابت داریم و به تعداد (تعداد اضافه شدن ها  $\times$  (شماره ی شکل)) چوب کبریت به آن ۳ عضو ثابت اضافه می شود که در این مثال تعداد اضافه شدن ها برابر با ۲ است یعنی در هر شکل نسبت به شکل قبلی ۲ عدد چوب کبریت اضافه تر داریم. پس در این مثال تعداد چوب کبریت های شکل هشتم را می توانیم با استفاده از رابطه ای که در مثال قبلی گفتیم به دست آوریم:

$$۱۷ = ۳ + (۷ \times ۲) = \text{تعداد چوب کبریت های شکل هشتم}$$

### روش دوم: پر کردن فضاهای خالی

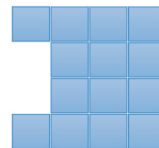
در این روش فضاهای خالی را پر می کنیم تا بتوانیم دسته های مساوی درست کنیم و سپس به همان تعداد، از رابطه ی اصلی کم می کنیم.



شکل ۱

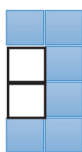


شکل ۲

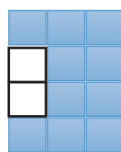


شکل ۳

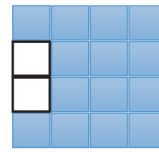
حالا فضای خالی شکل ها را پر می کنیم تا بتوانیم بگوییم در هر شکل چند دسته ی چهارتایی داریم.



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

در این صورت در هر شکل به تعداد شماره ی شکل به اضافه ی یک، دسته ی چهارتایی داریم به عنوان مثال در شکل بیستم، بیست و یک دسته ی چهارتایی داریم که برای محاسبه کردن تعداد مربع ها آن در انتها باید دو مربع فرضی که با آن فضای خالی را پر کردیم حذف نماییم.

$$۸۶ = (۲۲ \times ۴) - ۲ = \text{تعداد مربع های شکل بیست و یکم}$$

روش سوم: جدول الگویابی:

در این جدول شماره‌ی شکل و تعداد آن وارد می‌شود. اگر بخواهیم مثال قبلی را با کمک جدول الگویابی حل کنیم جدول آن را به این صورت رسم می‌کنیم.

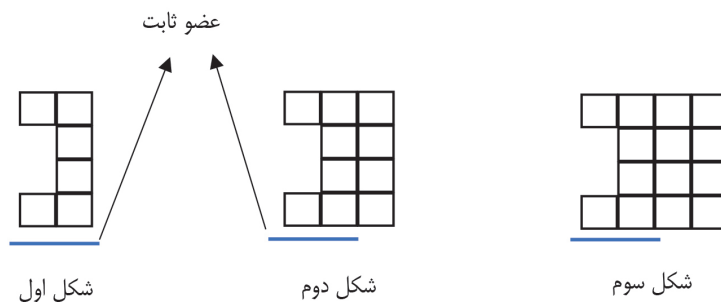
شماره‌ی شکل	۱	۲	۳
تعداد مربع‌ها	۶	۱۰	۱۴

اگر تعداد مربع‌ها را به صورت یک الگوی عددی بنویسیم اینگونه می‌شود ... و ۱۴ و ۱۰ و ۶ که یک الگوی افزایشی است که در آن هر عدد از عدد قبلی خود ۴ تا بیشتر است. حالا برای به دست آوردن رابطه‌ی شماره‌ی شکل و تعداد مربع‌های آن به اعداد دقت می‌کنیم و در پی یافتن رابطه‌ی میان آن‌ها بر می‌آییم. اگر عدد ۴ را در شماره‌ی شکل‌ها ضرب کنیم و سپس ۲ واحد به آن اضافه کنیم تعداد مربع‌های آن شکل به دست می‌آید. پس برای به دست آوردن تعداد مربع‌های شکل بیست و یکم بدین صورت عمل می‌کنیم.

$$۲ + (\text{شماره ی شکل} \times ۴) = \text{تعداد مربع‌های هر شکل}$$

$$۸۶ = ۲ + (۴ \times ۲۱) = \text{تعداد مربع‌های شکل بیست و یکم}$$

اگر می‌خواستیم این سؤال را با روش اول (نگه داشتن عضو ثابت و نوشتن رابطه‌ی بین شکل‌ها) حل کنیم چگونه عمل می‌کردیم؟



در هر شکل شش مربع ثابت داریم و به تعداد (۱- شماره شکل) دسته‌ی چهارتایی مربع به آن اضافه می‌شود؛ پس

$$۸۶ = ۶ + (۲۰ \times ۴) = \text{تعداد مربع‌های شکل بیست و یکم}$$

شکل هجدهم این الگو چند مثلث دارد؟



شکل اول

شکل دوم

شکل سوم

در این مثال بهترین روش برای پیدا کردن رابطه‌ی میان شکل‌ها رسم جدول الگویابی است.

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۱۸
تعداد مثلث‌ها	۱	۴	۹	؟
رابطه	$۱ \times ۱$	$۲ \times ۲$	$۳ \times ۳$	؟

با نگاه کردن به اعداد در می‌یابیم که از ضرب عدد شماره‌ی شکل در خودش تعداد مثلث‌های آن شکل به دست می‌آید؛ پس برای به دست آوردن تعداد مثلث‌های شکل هجدهم باید شماره‌ی شکل یعنی عدد ۱۸ را در خودش ضرب کرد.

$$۱۸ \times ۱۸ = ۳۲۴ = \text{تعداد مثلث‌های شکل هجدهم}$$

در مثال‌های بالا دیدیم که با استفاده از الگویابی می‌توان بسیاری از مسائل را خیلی ساده‌تر و در مدّت زمان کمتری حل کرد؛ تنها نکته‌ی مهم در الگویابی کشف رابطه‌ای منطقی و درست بین عددها یا شکل‌هاست.

## ۲- رسم شکل

رسم شکل یکی دیگر از راهبردهای حلّ مسئله به غیر از الگویابی است؛ که برای درک بهتر یک مسئله می‌توانیم آن را به صورت یک شکل ساده در بیاوریم.

\* مثال: در مزرعه‌ی علی ۵ بوقلمون، ۳ گوسفند، ۲ شتر مرغ، ۶ گاو و ۹ ماهی وجود دارد. علی می‌خواهد محاسبه کند در مزرعه اش روی هم چند پا وجود دارد؟

$$۵ \text{ بوقلمون} = \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} = ۱۰ \text{ پا}$$

$$۳ \text{ گوسفند} = \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} = ۱۲ \text{ پا}$$

$$۲ \text{ شتر مرغ} = \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} = ۴ \text{ پا}$$

$$۶ \text{ گاو} = \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} = ۲۴ \text{ پا}$$

$$۹ \text{ ماهی} = \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \quad \text{ماهی‌ها پا ندارند.}$$

$$\text{علی} = \begin{array}{c} \bigcirc \\ \diagdown \quad \diagup \end{array} = ۲ \text{ پا}$$

$$\text{پا ۵۲} = ۱۰ + ۱۲ + ۴ + ۲۴ + ۲ = \text{مجموع پاها روی هم}$$

## معرفی میلیون

جدول ارزش مکانی از طبقه‌های مختلفی ساخته شده است که تا کلاس سوم با طبقه‌های یکی‌ها و هزارها آشنا شدیم و در پایه‌ی چهارم طبقه‌ی میلیون‌ها را می‌شناسیم. در هر طبقه سه مرتبه برای ارقام در نظر گرفته شده است که عبارتند از یکان، دهگان و صدگان. پس جدول ارزش مکانی را به این صورت می‌توانیم رسم کنیم.

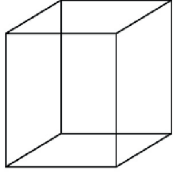
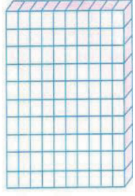





میلیون‌ها			هزارها			یکی‌ها		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان

رقم‌های هر مرتبه به عدد ده که رسید شایستگی و لیاقت رفتن به مرتبه‌ی بعد و بالاتر را پیدا می‌کنند و به ازای هر ۱۰ واحد در هر مرتبه می‌توان یک واحد به مرتبه‌ی بعدی اضافه نمود. به عنوان مثال اگر ده یکی داشته باشیم می‌توانیم به جای آن ۱ واحد به مرتبه‌ی دهگان اضافه کنیم.

	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$
۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰
یک	ده	صد	هزار	ده هزار	صد هزار	یک میلیون

بهتر است دانش آموزان نکات زیر را به خاطر بسپارند:

۱. ده تا یکی برابر با یک ده تایی است.
۲. ده تا ده تایی برابر با یک صد تایی (صد تا یکی) است.
۳. ده تا صد تایی برابر با یکی هزار تایی (هزار تا یکی) است.
۴. ده تا هزار تایی برابر با ده هزار تایی (ده هزار تا یکی) است.
۵. ده تا ده هزار تایی برابر با صد هزار تایی (صد هزار تا یکی) است.
۶. ده تا صد هزار تایی برابر با یک میلیون (یک میلیون یکی) است.
۷. ده تا یک میلیون تایی برابر با ده میلیون (ده میلیون یکی) است.
۸. ده تا ده میلیون تایی برابر با صد میلیون (صد میلیون یکی) است.

میلیون			هزار			یکی		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
			 ده تا	 ده تا		 ده تا		
		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
		۱۰ تا ۱۰۰ هزار تایی	۱۰ تا ۱۰ هزار تایی	۱۰ تا هزار تا	۱۰ تا صد تایی	۱۰ تا ده تایی	۱۰ تا یکی	یکی
		↓	↓	↓	↓	↓	↓	
		یک بسته یک میلیونی	یک صد هزار تایی	یک ده هزار تایی	یک هزار تایی	یک صد تایی	یک ده تایی	

### گسترده نویسی

این قسمت اهمیت زیادی دارد و می‌تواند زیر بنای آموزش عملیات فرآیندی در فصل‌های بعدی باشد بنابراین با دقت و حوصله باید روی آن کار شود.

در گسترده نویسی با کمک جدول ارزش مکانی بزرگی عددها را نمایش می‌دهیم.

می‌خواهیم عدد ۶۹۸۷۴۰۷۲ را به صورت گسترده بنویسیم. ابتدا آن را داخل جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم.

میلیون‌ها			هزارها			یکی‌ها		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
	۶	۹	۸	۷	۴	۰	۷	۲

حالا رقم‌ها را به ترتیب از سمت چپ با لحاظ ارزش مکانی آن‌ها خارج می‌کنیم.

$$۶۹۸۷۴۰۷۲ = ۶۰۰۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰ + ۴۰۰۰ + ۷۰ + ۲$$

رقم ۶ در مرتبه‌ی دهگان میلیون قرار دارد پس برابر با ۶۰ میلیون است.

رقم ۹ در مرتبه‌ی یکان میلیون قرار دارد پس برابر با ۹ میلیون است.

رقم ۸ در مرتبه‌ی صدگان هزار قرار دارد پس برابر با ۸۰ هزار است.

رقم ۷ در مرتبه‌ی دهگان هزار قرار دارد پس برابر با ۷۰ هزار است.

رقم ۴ در مرتبه‌ی یکان هزار قرار دارد پس برابر با ۴ هزار است.

رقم صفر را در گسترده نویسی نمی‌نویسیم.

رقم ۷ در مرتبه‌ی دهگان قرار دارد پس برابر با ۷۰ است.

رقم ۲ در مرتبه‌ی یکان قرار دارد پس برابر با ۲ است.

یا به صورت ساده‌تر و سریع‌تر می‌توانیم برای گسترده نوشتن یک عدد از سمت چپ به ترتیب رقم‌ها را نوشته و به تعداد رقم‌های جلوی آن صفر قرار دهیم. در اینجا اول عدد ۶ را نوشته و چون جلوی آن رقم ۷ قرار گرفته ۷ عدد صفر جلوی ۶ می‌نویسیم سپس عدد ۹ را نوشته و چون جلوی آن رقم ۶ قرار گرفته ۶ عدد صفر جلوی ۹ می‌نویسیم و به همین منوال ادامه می‌دهیم تا به عدد ۲ برسیم.

$$۶۹۸۷۴۰۷۲ = ۶۰۰۰۰۰۰۰ + ۹۰۰۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰۰ + ۷۰۰۰۰ + ۴۰۰۰ + ۷۰ + ۲$$

یعنی عدد ۶۹۸۷۴۰۷۲ از ۶ بسته ده میلیون تایی، ۹ بسته یک میلیون تایی، ۸ بسته صد هزارتایی، ۷

بسته ده هزارتایی، ۴ بسته هزارتایی، هفت بسته ۱۰ تایی و ۲ یکی تشکیل شده است.

### عدد نویسی و عدد خوانی

همانگونه که در فارسی از کنار هم قرار گرفتن حروف الفبا کلمات درست می‌شوند در ریاضی از کنار هم قرار گرفتن ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ اعداد به وجود می‌آیند. اگر این رقم‌ها را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم می‌توانیم اعداد را به وجود آوریم.

می‌خواهیم عدد ۵۷۲۴۰۰۸۰ را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم. چون عدد ما ۸ رقمی است باید جدولی بکشیم که در آن سه طبقه ی یکی‌ها، هزارها و میلیون‌ها را داشته باشیم. حالا از سمت راست و از یکان شروع می‌کنیم و عدد را در جدول قرار می‌دهیم.

از یکان شروع می‌کنیم و به ترتیب رقم‌ها را از سمت راست جدول می‌نویسیم.

میلیون‌ها			هزارها			یکی‌ها		
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
.	۵	۷	۲	۴	۰	۰	۸	۰

حالا اگر بخواهیم عدد داخل جدول را بخوانیم یا به حروف بنویسیم رقم‌هایی که در یک طبقه هستند را با هم می‌خوانیم و در ادامه نام طبقه ی آن‌ها را می‌گوییم سپس عددهای طبقه‌های بعدی و نام طبقه‌های آن‌ها را می‌گوییم. به عنوان مثال در مثال بالا چون رقم‌های ۵ و ۷ در طبقه ی میلیون‌ها قرار دارند آن‌ها را با هم و ۵۷ می‌خوانیم و چون در طبقه ی میلیون‌ها قرار گرفته‌اند بعد از آن‌ها نام طبقه میلیون را می‌گوییم. سپس ۲ و ۴ و ۰ که در طبقه ی هزارها قرار گرفته‌اند را ۲۴۰ هزار و ۰ و ۸ را که در طبقه ی یکی‌ها قرار گرفته‌اند ۸۰ می‌خوانیم که در یکی‌ها دیگر نام طبقه را نمی‌نویسیم. پس می‌شود: پنجاه و هفت میلیون و دویست و چهل هزار و هشتاد.

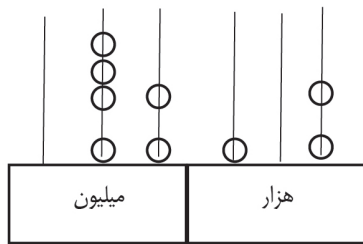
برای راحتی در خواندن و نوشتن یک عدد بدون جدول ارزش مکانی بهتر است عدد را از سمت راست، سه رقم، سه رقم جدا کنیم و بین آن‌ها «،» بگذاریم تا عدد مربوط به هر طبقه جدا و مشخص شود و سپس از سمت چپ شروع به خواندن می‌کنیم اعداد یک طبقه را با هم می‌خوانیم وقتی به علامت کاما رسیدیم نام طبقه را می‌گوییم و سپس به ترتیب طبقه‌های دیگر هم به همین صورت.

$$909080250 \rightarrow \underbrace{9090}_{\text{میلیون‌ها}} \underbrace{80}_{\text{هزارها}} \underbrace{250}_{\text{یکی‌ها}}$$

نهد و نه میلیون و هشتاد هزار و دویست و پنجاه.

در چرتکه هم مانند جدول ارزش مکانی عددهای هر طبقه را با هم خوانده و سپس نام طبقه را دنبال آن می‌آوریم.





چرتکه‌ی زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

چهل و دو میلیون و صد و دو هزار

چون طبقه‌ی یکی‌ها را ندارد برای ارقام طبقه‌ی یکی‌ها صفر قرار دهیم. ۴۲۱۰۲۰۰۰

نکته در چرتکه و جدول ارزش مکانی، هر چه از سمت راست به چپ حرکت کنیم، ارزش مکانی رقم‌ها بیشتر می‌شود. پس کمترین ارزش مکانی مربوط به اولین رقم از سمت راست عدد (یکان) و بیشترین ارزش مکانی مربوط به اولین رقم از سمت چپ است.

نوشتن اعداد با رقم‌های مشخص

برای به دست آوردن تعداد اعدادی که با رقم‌های مشخص می‌توان نوشت، نوشتن تک تک اعداد و سپس شمردن تعداد آن‌ها بسیار زمان بر می‌باشد جهت به دست آوردن سریع جواب جدولی می‌کشیم که تعداد ستون‌های آن به اندازه‌ی تعداد رقم‌های عدد خواسته شده باشد. سپس در هر ستون رقم‌هایی که می‌تواند وارد شود را می‌نویسیم. ضرب تعداد حالت ستون‌ها در هم برابر با تعداد اعدادی می‌شود که با آن رقم‌ها می‌توان نوشت.

\* با رقم‌های ۲ و ۹ و ۶ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

عددهای سه رقمی را خواسته پس جدولی با سه ستون می‌کشیم. چون اشاره‌ای به غیر تکراری بودن ارقام نکرده در هر ستون یا مرتبه سه رقم را می‌توانیم بنویسیم.

صدگان	دهگان	یکان
۲	۲	۲
۹	۹	۹
۶	۶	۶

حالا تعداد حالت‌های ستون‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و تعداد عددهای سه رقمی که با این سه رقم می‌توان نوبت به دست می‌آید.

$$۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$$

پس با این سه رقم ۲۷ عدد سه رقمی می‌توانیم بنویسیم.

\* با رقم ۳ و ۰ و ۸ چند عدد سه رقمی می‌توانیم بنویسیم؟

صدگان	دهگان	یکان
۳	۳	۳
۸	۰	۰
	۸	۸

چون صفر ابتدای عدد خوانده نمی‌شود برای صدگان فقط عددهای ۳ و ۸ را می‌توانیم قرار دهیم.

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

حالا اگر از ما تعداد عددهای بدون تکراری را بخواهند در هر مرتبه نسبت به مرتبه قبلی یک حالت یا رقم کمتر داریم چون رقمی که در مرتبه قبلی قرار گرفته را نمی‌توانیم در مرتبه بعد هم بنویسیم زیرا در اعداد تکرار رقم خواهیم داشت.

\* با رقم‌های ۴ و ۹ و ۶ و ۸ چند عدد چهار رقمی می‌توانیم بنویسیم؟ (بدون تکرار ارقام)  
چون عنوان کرده بدون تکرار ارقام در هر مرتبه یک حالت کمتر نسبت به حالت قبلی داریم زیرا در هر مرتبه یک رقم نوشته می‌شود پس در مرتبه بعدی برای اینکه تکرار ارقام را نداشته باشیم آن رقمی که در مرتبه قبلی نوشته بودیم را نمی‌نویسیم.

یکان هزار	صدگان	دهگان	یکان
۴	۶	۸	۹
۶	۸	۹	
۸	۹		
۹			

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

\* بزرگترین عدد زوج پنج رقمی بدون تکرار رقم را بنویسید.

چون عدد زوج را از ما خواسته بنابراین باید یکی از ارقام (۸ و ۶ و ۴ و ۲ و ۰) را در ارزش مکانی یکان عدد استفاده کنیم و بزرگترین عدد را خواسته پس از رقم ۹ که بزرگترین عدد یک رقمی است شروع می‌کنیم و به عدم تکرار ارقام اشاره کرده پس به ترتیب در هر ارزش مکانی رقمی کوچک تر از ارزش مکانی قبلی می‌نویسیم.

$$\begin{array}{r} 98765 \\ \downarrow \\ 98764 \end{array}$$

چون عدد زوج از ما خواسته پس به جای ۵ عدد ۴ قرار می‌دهیم.

\* کوچک‌ترین عدد فرد پنج رقمی را بدون تکرار ارقام بنویسید.

کوچک‌ترین عدد را خواسته پس باید نوشتن عدد را از کوچک‌ترین رقم که صفر است شروع کنیم ولی چون صفر ابتدای عدد خوانده نمی‌شود ابتدا یک را می‌نویسیم و سپس صفر را قرار می‌دهیم و ارقام بعدی را به ترتیب یک رقم بیشتر از ارزش مکانی قبلی می‌نویسیم.

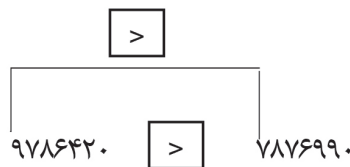
۱۰۲۳۴ ← حالا چون عدد فرد را از ما خواسته باید در مرتبه‌ی یکان یکی از ارقام (۱, ۳, ۵, ۷, ۹) قرار گیرد پس عدد فرد بعد از ۴ را قرار می‌دهیم و عدد را به این صورت می‌نویسیم: ۱۰۲۳۵

### مقایسه‌ی اعداد

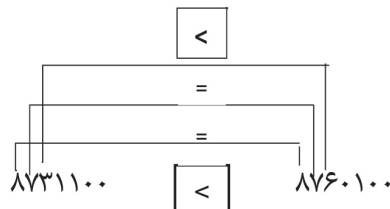
مرحله‌ی اول: تعداد رقم‌ها را می‌شماریم، عددی که تعداد رقم‌هایش بیشتر باشد، بزرگتر است.

$$۷۴۳۶۱ > ۴۸۳۲۱۱$$

مرحله‌ی دوم: اگر تعداد رقم‌های دو عدد برابر بودند، رقم‌های دو عدد را به ترتیب از چپ به راست با هم مقایسه می‌کنیم.



در اینجا ۹ از ۷ بزرگتر است پس عدد اولی بزرگ‌تر می‌شود.



اگر همه‌ی رقم‌ها با هم برابر بودند، آن دو عدد با هم برابرند.

$$۷۹۵۴۸۳۶۱ = ۷۹۵۴۸۳۶۱$$

تقریب به نزدیک‌ترین عدد:

در گرد کردن یا نزدیک بودن یک عدد به عدد دیگر عدد « ۵ » را ملاک قرار می‌دهیم.

زیر رقم هر مرتبه‌ای که می‌خواهیم عدد را با آن تقریب بزنیم خط می‌کشیم حالا به رقم بعد از آن نگاه می‌کنیم اگر آن رقم کوچکتر از ۵ بود عدد را تا رقمی که زیر آن خط کشیدیم می‌نویسیم و به جای رقم‌های بعدی صفر قرار می‌دهیم. ولی اگر آن رقم بزرگتر از ۵ یا برابر با ۵ بود یک واحد به عدد که زیر آن خط کشیدیم اضافه می‌کنیم و به جای رقم‌های بعدی صفر قرار می‌دهیم.

$$۳۵۱۳۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب صدگان}} ۳۵۱۲۶۹$$

چون عدد را با تقریب صدگان خواسته زیر ۲ که در ارزش مکانی صدگان قرار دارد خط می کشیم حالا به عدد بعد از آن نگاه می کنیم چون عدد ۶ از ۵ بزرگتر است پس یک واحد به ۲ اضافه کرده و به جای بقیه ی ارقام صفر قرار می دهیم.

$$۱۰۰۰۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب میلیون}} ۹۳۸۶۴۷$$

عدد را با تقریب میلیون خواسته پس زیر رقم مرتبه ی یکان میلیون خط می کشیم که چون آن رقم را نداریم به جای آن صفر قرار می دهیم.

$$\underline{۰۹۳۸۶۴۷}$$

حالا به عدد بعد از آن نگاه می کنیم چون ۹ از ۵ بزرگتر است به عدد صفر یک واحد اضافه کرده و یک را می نویسیم و به جای رقم های بعدی صفر قرار می دهیم که می شود

$$۱۰۰۰۰۰۰$$

$$۸۰۰۰ \xrightarrow{\text{با تقریب هزارگان}} \underline{۸۳۶۹}$$

زیر ۸ که عدد رقم مرتبه ی یکان هزار است خط می کشیم چون بعد از آن یعنی ۳ از ۵ کوچکتر است خود ۸ را می نویسیم و به جای رقم های بعد آن صفر قرار می دهیم.

### جمع و تفریق اعداد

مرحله ی اول: ابتدا دو عدد را مقایسه می کنیم تا در تفریق عدد بزرگتر را بالا بنویسیم.

مرحله ی دوم: دو عدد را براساس ارزش مکانی زیر هم می نویسیم. یعنی یکان زیر یکان، دهگان زیر دهگان، .... و از سمت راست جمع یا تفریق می کنیم.

$$\begin{array}{r} ۸۳۴۰۱۰ \\ + ۳۲۰۰۰ \\ \hline ۸۶۶۰۱۰ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۸۳۴۰۱۰ \\ - ۳۲۰۰۰ \\ \hline ۸۰۲۰۱۰ \end{array}$$

### خواص چهار عمل اصلی

خاصیت جا به جایی: جمع و ضرب خاصیت جا به جایی دارند یعنی می توانیم جای اعداد را با هم عوض کنیم.

$$۹ \times ۷ = ۷ \times ۹$$

$$۴۲ + ۱۰ = ۱۰ + ۴۲$$

خاصیت شرکت پذیری (تعویض پذیری): جمع و ضرب خاصیت شرکت پذیری دارند یعنی می توانیم ترتیب محاسبات را عوض کنیم.

$$(۲ + ۳) + ۴ = ۲ + (۳ + ۴)$$

$$(۴ \times ۶) \times ۳ = ۴ \times (۶ \times ۳)$$

خاصیت پخش (توزیع پذیری): عمل ضرب در جمع یا تفریق، پخش می‌شود.

$$۸ \times (۶ - ۳) = (۸ \times ۶) - (۸ \times ۳)$$

$$۹ \times (۵ + ۴) = (۹ \times ۵) + (۹ \times ۴)$$

نکته: برای به دست آوردن حاصل یک عبارت باید ترتیب عملیات را رعایت کنیم و به ترتیب زیر، عمل کنیم:

۱- پرانتز: عبارت‌های داخل پرانتز را حساب می‌کنیم (اگر چند پرانتز داخل هم بودند از داخلی‌ترین پرانتز شروع می‌کنیم).

۲- ضرب و تقسیم: ضرب و تقسیم‌ها را به ترتیب از سمت چپ انجام می‌دهیم.

۳- جمع و تفریق: جمع و تفریق‌ها را به ترتیب از سمت چپ انجام می‌دهیم.

$$۲۰ - \underbrace{۳ \times ۴}_{۱۲} = ۲۰ - ۱۲ = ۸$$

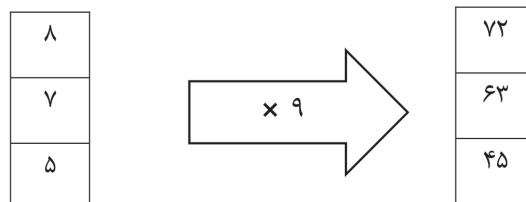
$$۳۵ - \underbrace{۱۴ \div ۷ \times ۲}_{۲} = ۳۵ - \underbrace{۲ \times ۲}_{۴} = ۳۵ - ۴ = ۳۱$$

$$۹ \times ۴ \div \underbrace{(۱۲ - (۷ + ۳))}_{۱۰} = ۹ \times ۴ \div \underbrace{(۱۲ - ۱۰)}_{۲} = ۹ \times ۴ \div ۲ = ۳۶ \div ۲ = ۱۸$$

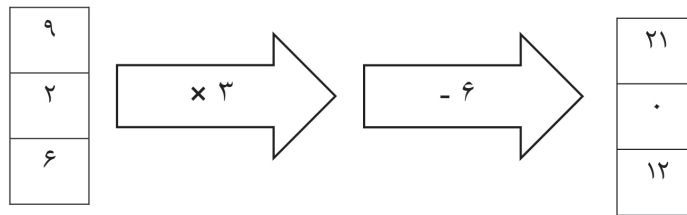
### ماشین ورودی خروجی

به ماشین‌هایی که یک ورودی را گرفته و عملیاتی روی آن‌ها انجام می‌دهند و یک خروجی به ما می‌دهند ماشین‌های ورودی - خروجی گفته می‌شود.

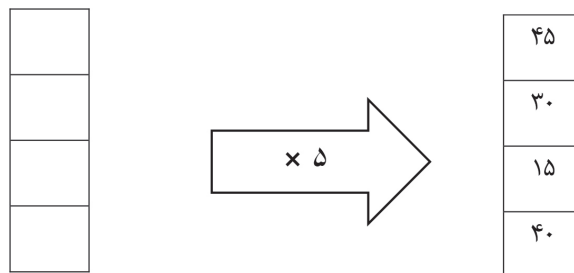
ماشین‌ها عملیات مختلفی همچون جمع، ضرب، تفریق، تقسیم و .... را بر روی ورودی اعمال می‌کنند. ورودی و خروجی ماشین‌ها حتماً نباید عدد باشد بلکه ممکن است شکل هم مورد استفاده قرار بگیرد.



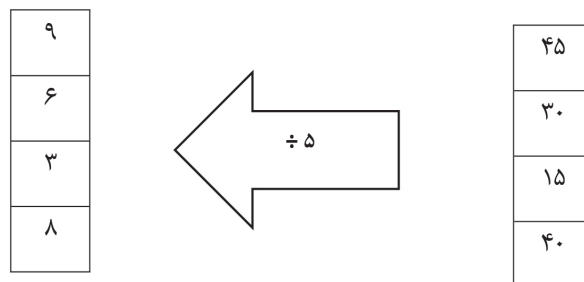
این ماشین هر عدد ورودی را در ۹ ضرب می‌کند تا خروجی‌ها به دست آیند. گاهی اوقات ماشین چند عملیات را روی ورودی اعمال می‌کند.



به این مثال دقت کنید.

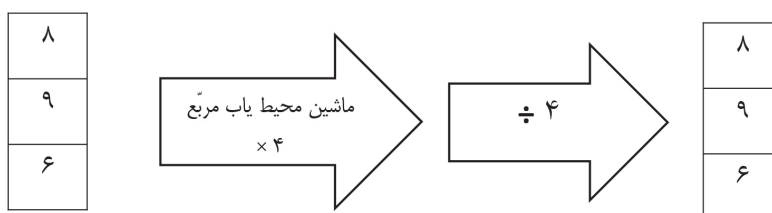


عددهای خروجی ماشین را داده و عددهای ورودی را خواسته پس باید عملیات ماشین را برعکس کنیم یعنی اعداد خروجی را تقسیم بر ۵ کنیم تا اعداد ورودی به دست آیند.



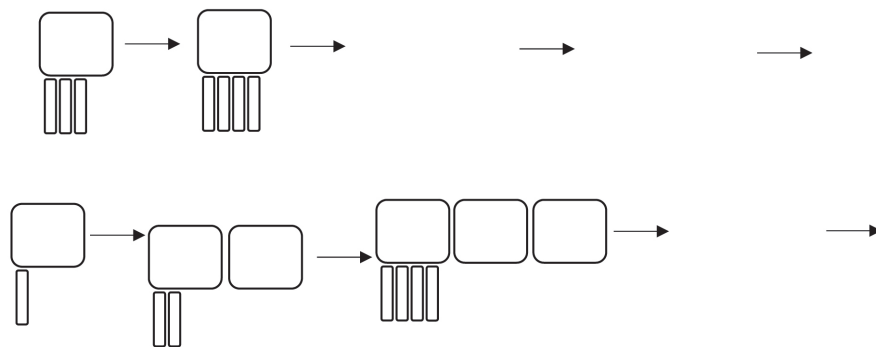
نکته: در یک ماشین ورودی - خروجی، اگر ورودی‌ها با یک عدد جمع شده و سپس همان عدد را از آن‌ها کم کنیم، خروجی‌ها همان ورودی‌های اولیه هستند. به همین ترتیب اگر ورودی‌ها در یک عدد ضرب شده و سپس بر همان عدد تقسیم شوند، خروجی‌ها همان ورودی‌های اولیه خواهند بود. به ماشین پایین دقت کنید:

ضلع مربع، داده شده و وارد ماشین محیط یاب مربع شده سپس تقسیم بر ۴ شده و از ماشین خارج شده است.



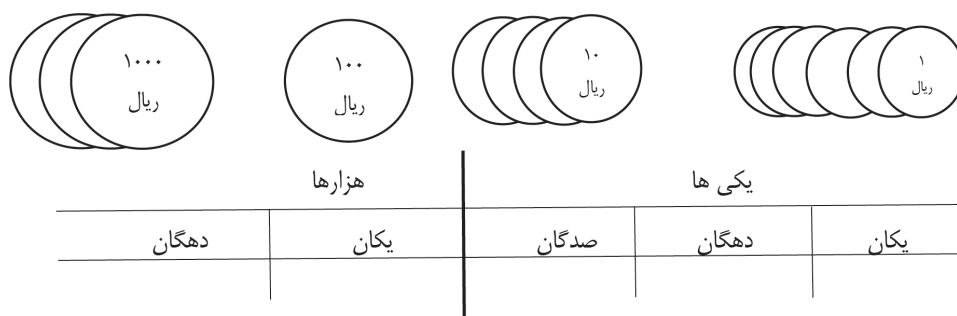
## تمرین های تکمیلی

۱- اگر  $\square$  نماد عدد ۱۰۰ و  $\square$  نماد عدد ۱۰ باشد، عدد مربوط به هر شکل را بنویسید و بگویید شکل پنجم هر الگو چه شکلی است؟



۲- الف) ۲۰ سکه ۱۰۰ ریالی برابر است با ۲ سکه ..... ریالی.

ب) برای عدد مقابل جدول ارزش مکانی را کامل کنید.



ج) بیشترین ارزش مکانی مربوط به کدام رقم است؟

۳- الگوهای زیر را ادامه دهید.

..... و ..... و ۹۹۷۵ و ۹۹۵۰ و ۹۹۲۵ ..... و ..... و ۹۹۶ و ۹۹۴ و ۹۹۲

..... و ..... و ۸۰۰ و ۷۰۰ و ۶۰۰ ..... و ۲۰۰ و ۲۵۰ و ۳۰۰ ..... و ۴۵۰

..... و ..... و ۸۶۵۹۳ و ۸۷۵۹۳

۴- جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید:

الف) ۲ تا ۱۰۰ هزارتا می شود .....

ب) چهار صد و پنجاه و نه هزار یعنی ..... دسته هزرتایی

ج) چهار هزار یعنی ..... دسته ی صدتایی

د) پنجاه و هشت هزار یعنی ..... دسته ی ده تایی

و) نهصد و یک هزار می شود ..... دسته ی صدتایی

۵- الف) بزرگترین عدد پنج رقمی که با ۸ شروع شود و رقم تکراری نداشته باشد را بنویسید. ....

ب) کوچک ترین عدد شش رقمی زوج که صدگانش ۷ باشد را بنویسید. ....

۶- جاهای خالی را مانند نمونه پر کنید.

$$۳۱۲ = ۳۰۰ + ۱۰ + ۲$$

$$۱۷۸۵۲ = \dots\dots\dots$$

$$۸۹۰۲۳۱ = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = ۱۰۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰ + ۶۰۰۰ + ۵۰۰ + ۳۰ + ۲$$

$$\dots\dots\dots = ۶۰۰۰۰۰ + ۸۰۰۰۰ + ۱۰۰۰ + ۸۰۰ + ۴۰$$

۷- الف) عددی هشتم ۶ رقمی، یکانم بزرگترین عدد یک رقمی، صدگان دومین عدد فرد یک رقمی،

صدگان هزارم ۲ تا بیشتر از صدگانم و بقیه ارقام من ۰ است، من چه عددی هستم؟ (با رقم و حروف)

ب) عددهای مورد نظر را بنویسید.

- بزرگترین عدد ۷ رقمی بدون تکرار: .....

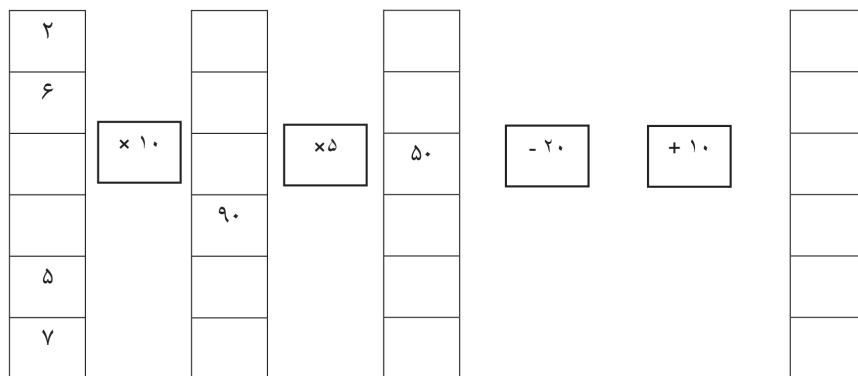
- بزرگترین عدد ۶ رقمی با اعداد ۶ و ۰ و ۸ و ۲: ..... (با تکرار ارقام)

- کوچک ترین عدد ۷ رقمی با اعداد ۹ و ۲ و ۰ و ۵ و ۱: ..... (با تکرار ارقام)

۸- از بزرگ به کوچک مرتب کنید.

$$۸۹۰۲۵۶۰۰ - ۹۹۹۹۹۹۸ - ۹۰۹۰۸۰۲۰ - ۹۰۰۰۰۰۱۲ - ۱۵۰۴۰۰۰۱۰$$

۹- ماشین ورودی - خروجی زیر را از چپ به راست کامل کنید.





جدول ارزیابی دانش آموز

اهداف و انتظارات	خ خ	خ	ق ق	ن ت
۱. با توجه به دانسته های قبلی مسئله را می تواند حل کند.				
۲. الگو را یافته و آن را ادامه می دهد.				
۳. قادر به تعیین یک قاعده کلی برای ادامه الگو می باشد.				
۴. جمع و تفریق های ذهنی را سریع انجام می دهد.				
۵. تسلط کامل برای تکمیل ماشین های ورودی و خروجی را دارد.				
۶. عدد میلیون (عدد های نه رقمی) را درست می خواند و به حروف می نویسد.				
۷. می تواند اعداد نه رقمی را درست مقایسه کند.				
۸. برای اعداد داده شده می تواند نمونه ای از زندگی روزمره را حدس بزند.				

خود سنجی:

من یاد گرفتم.....

.....

اما من یاد نگرفتم.....

.....

آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم.....

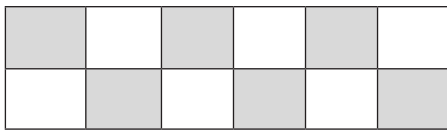




### مفهوم کسر

زمانی که شما پیتزای خود را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنید و یک قسمت از آن را به دوستان می‌دهید؛ می‌توانید سهم پیتزای خود یا دوستان را به صورت یک کسر بیان کنید، چون هیچ کدام از شما یک پیتزای کامل ندارید فقط قسمت یا کسری از یک پیتزا را دارید. کسری از پیتزا را که به دوستان داده‌اید به این صورت می‌نویسیم: شما پیتزایتان را به دو قسمت مساوی تقسیم کردید (۲ را در مخرج کسر می‌نویسیم) و یک قسمت از آن را به دوستان داده‌اید (۱ را در صورت مخرج کسر می‌نویسیم)؛ که کسر ما برابر با  $\frac{1}{2}$  می‌شود.

در شکل رو به رو می‌بینیم که مستطیل به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است،



ولی شکل به طور کامل رنگ نشده و کسری از یک شکل (کسری از یک واحد) رنگ شده است؛ که اگر تعداد مربع‌های رنگ شده را در صورت و تعداد کل مربع‌هایی که شکل به آنها تقسیم شده است را بنویسیم، این کسر به دست می‌آید که برابر است با  $\frac{6}{12}$ .

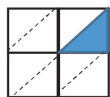
می‌توانیم مربع‌های رنگ شده را در کنار هم تصوّر کنیم که در این صورت می‌توانیم بگوییم نیمی از شکل یا  $\frac{1}{2}$  آن رنگ شده است.

نکته: مخرج کسر نشان دهنده‌ی تعداد کل قسمت‌های مساوی یک شکل واحد است و صورت کسر نشان دهنده‌ی تعداد قسمت‌های مساوی رنگ شده.

در شکل رو به رو می‌خواهیم کسر مربوط به قسمت رنگ شده را پیدا کنیم. شرط نوشتن کسر این است که در شکل قسمت‌های مساوی داشته باشیم ولی این شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده است؛



در این صورت باید به کوچک‌ترین تقسیم‌بندی شکل واحد توجه کنیم و شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم.



حالا هشت قسمت مساوی داریم که یک قسمت از آن رنگ شده است یا  $\frac{1}{8}$

نکته: گاهی شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم نشده است و از ما می‌خواهد که کسر مربوط به قسمت رنگ شده را پیدا کنیم؛ در این گونه موارد باید به کوچک‌ترین تقسیم‌بندی شکل واحد توجه کنیم و شکل را به قسمت‌های مساوی تقسیم کنیم؛ سپس کسر مربوط به آن را بنویسیم. پس شرط نوشتن کسر داشتن قسمت‌های مساوی است.

### انواع کسر:

۱- **کسر مساوی صفر:** کسری که صورت آن برابر صفر باشد.  $0 = \frac{0}{6} = \frac{0}{8}$

به عنوان مثال می‌توانیم بگوییم شکلی داریم که به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده است و هیچ کدام از قسمت‌های آن رنگ نشده است. از ما کسر مربوط به قسمت رنگی را می‌خواهد، که می‌توانیم کسر مربوط به قسمت رنگی را به صورت  $\frac{0}{6}$  بنویسیم و چون صورت کسر صفر است کسر برابر با صفر می‌شود.

۲- **کسر کوچک‌تر از واحد:** کسری که صورتش از مخرجش کوچک‌تر باشد. به عنوان مثال شکلی داریم که به طور کامل رنگ نشده و فقط قسمت یا کسری از آن رنگ شده است.

$$\frac{98}{100} \quad 100 > 98, \quad \frac{4}{9} \quad 9 > 4$$

۳- **کسر مساوی یک (کسر واحد):** کسری که صورت و مخرجش برابر باشد. برای مثال می‌توان گفت شکلی داریم که تمامی قسمت‌های آن رنگ شده است و قسمت رنگ شده یک شکل کامل (یک واحد) است.

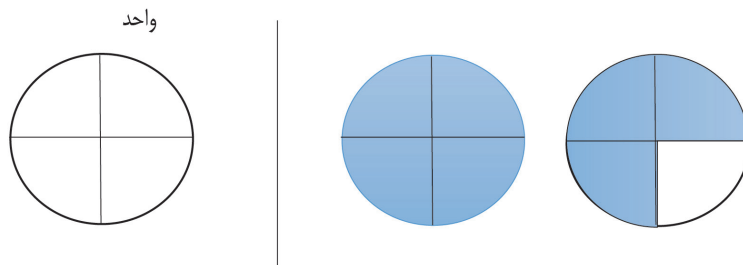
$$1 = \frac{6}{6} = \frac{8}{8} = \frac{99}{99} = \frac{543}{543}$$

۴- **کسر بزرگتر از واحد:** کسری که صورت آن از مخرجش بزرگتر است. در اینجا یک یا چند شکل کامل (واحد) و قسمتی از یک واحد رنگ شده‌اند.

$$\frac{97}{56} \quad 56 < 97, \quad \frac{7}{4} \quad 4 < 7$$

### عدد مخلوط

کسر بزرگ‌تر از واحد را می‌توانیم به صورت عدد مخلوط بنویسیم. به عنوان مثال برای شکل‌هایی داریم که به ۴ قسمت مساوی تشکیل شده‌اند و ۷ قسمت از آن‌ها رنگ شده‌اند پس واحدمان را شکلی در نظر می‌گیریم که به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است.



می‌توانیم به جای  $\frac{7}{4}$  بنویسیم:

یک شکل کامل و  $\frac{3}{4}$  از شکل واحد را به صورت شکل رنگ شده داریم. پس آن را به این

صورت می‌نویسیم:

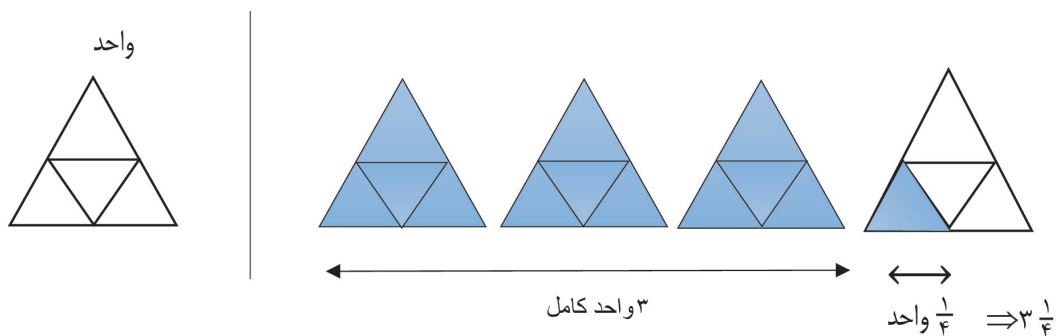
$1\frac{3}{4}$  به این عدد عدد مخلوط می‌گوییم؛

که اگر ۱ را در ۴ ضرب کرده و با سه جمع کنیم همان  $\frac{7}{4}$  به دست می‌آید.

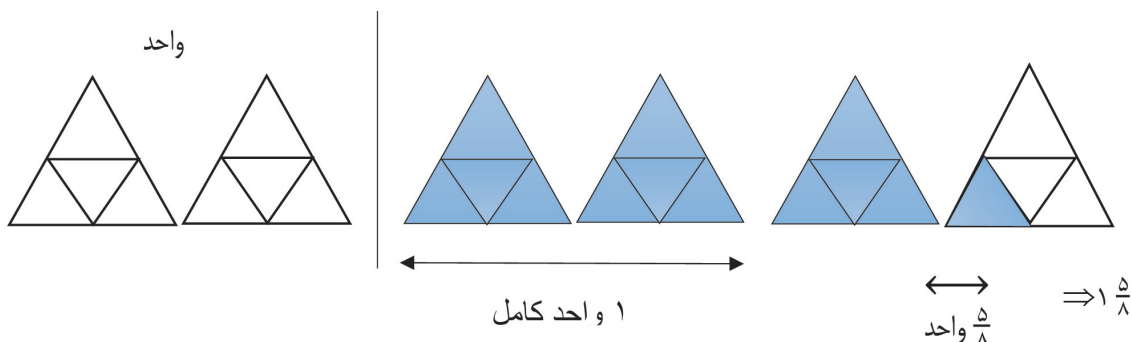
$$1\frac{3}{4} = \frac{1 \times 4 + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

### نوشتن عدد مخلوط

برای نوشتن عدد مخلوط مربوط به یک شکل، ابتدا با توجه به واحد داده شده، تعداد واحدهای کامل را پیدا کرده و سپس مشخص می‌کنیم که چه قسمت از یک واحد باقی مانده است. به مثال زیر دقت کنید.



در نوشتن عدد مخلوط باید به واحد داده شده دقت کرد. مثلاً در شکل بالا اگر واحد داده شده به صورت زیر باشد، داریم:



در دو مثال بالا چون واحدها را متفاوت در نظر گرفتیم عددهای متفاوتی هم به دست آمدند.

مثال: با اعداد ۱، ۲، ۵ و ۷ چند کسر کوچک‌تر از واحد، چند کسر بزرگ‌تر از واحد و چند کسر برابر با واحد می‌توان نوشت:

۶ کسر کوچک‌تر از واحد می‌توان نوشت که عبارتند از:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$$

۶ کسر بزرگتر از واحد می توان نوشت که عبارتند از:

$$\frac{7}{5}, \frac{7}{2}, \frac{7}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{1}, \frac{2}{1}$$

۴ کسر برابر با واحد می توان نوشت که عبارتند از:

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7}$$

### بعضی کسرهای خاص

وقتی عددی یا شکلی را بر ۲، ۳، ۴، و یا ۵ تقسیم کنیم یک قسمت از آن ها کسرهای خاص را به وجود می آورند:



نیم یا نصف



ثلث



ربع



خمس

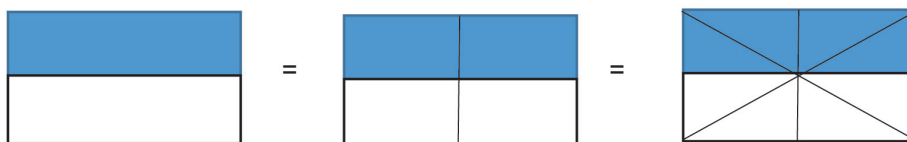
علی با خمس پول خود یک دفتر ۵۰۰۰ تومانی خرید. کل پول علی چقدر است؟

یک قسمت از ۵ قسمت پول علی ۵۰۰۰ تومان است که برای به دست آوردن کل پول او باید در ۵ ضرب کنیم.

$$5 \times 5000 = 25000$$

### تساوی کسرها

اگر یک شکل را به عنوان واحد در نظر بگیریم دو کسر از این شکل واحد زمانی با هم برابر هستند که قسمت رنگ شده ی مربوط به آن ها با هم برابر باشند. به عنوان مثال به شکل های زیر دقت کنید.



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

برای نوشتن کسرهای مساوی بدون رسم شکل به دو روش می توان عمل کرد:

۱. صورت و مخرج را در یک عدد مساوی (غیر از صفر) ضرب کنیم.

$$\frac{2}{6} \xrightarrow{\times 3} \frac{6}{18}$$

صورت و مخرج را بر یک عدد (غیر از صفر) تقسیم کنیم.

$$\frac{21}{35} \xrightarrow{\div 7} \frac{3}{5}$$

برای ساده کردن یک کسر هم می‌توانیم تقسیم کردن صورت و مخرج بر یک عدد غیر صفر را آن قدر ادامه دهیم تا ساده‌ترین شکل آن کسر به دست آید.

$$\frac{240}{360} \xrightarrow{\div 10} \frac{24}{36} \xrightarrow{\div 6} \frac{4}{6} \xrightarrow{\div 2} \frac{2}{3}$$

### مقایسه‌ی کسرها:

#### حالت اول: صورت‌های مساوی

اگر صورت‌های دو کسر، مساوی باشند کسری بزرگ‌تر است که مخرج آن کوچک‌تر است. برای مثال زیر می‌توان به این صورت تشریح کرد که یک نان را بین ۴ نفر تقسیم کنیم به هر کدام قسمت بزرگتری از آن می‌رسد تا این که همان نان را بین ۶ نفر تقسیم کنیم چون در این حالت همان نان بین تعداد بیشتری تقسیم شده است و قسمت هر کدام کوچک‌تر می‌شود. پس  $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

$$\frac{4}{7} < \frac{4}{3}, \quad \frac{3}{8} > \frac{3}{9}$$

#### حالت دوم: مخرج‌های مساوی

اگر مخرج‌های دو کسر، مساوی باشند کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد.

در مثال زیر طبیعتاً زمانی که ۵ نان را بین ۷ نفر تقسیم می‌کنیم به هر نفر سهم بیشتری می‌رسد تا این که ۳ نان را بین همان ۷ نفر تقسیم کنیم.

$$\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$$



### حالت سوم: صورت‌ها و مخرج‌های نامساوی

اگر هم صورت‌ها و هم مخرج‌های دو کسر، نامساوی باشند باید ابتدا مخرج‌های کسرها را با هم مساوی کرده و سپس با استفاده از حالت مخرج‌های مساوی، آن‌ها را مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & & \frac{5}{7} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{صورت و مخرج را} & & \text{صورت و مخرج را} \\ \text{در ۷ ضرب میکنیم} & & \text{در ۳ ضرب میکنیم} \\ \frac{14}{21} & < & \frac{15}{21} \end{array} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{5}{7} \text{ پس}$$

نکته: اگر در مقایسه‌ی دو کسریکی از آن‌ها بزرگتر از واحد و دیگری کوچک‌تر از واحد باشد، به راحتی می‌توان آن‌ها را مقایسه کرد و نیازی به مخرج مشترک گرفتن نداریم.

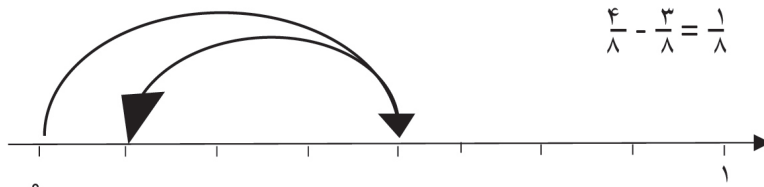
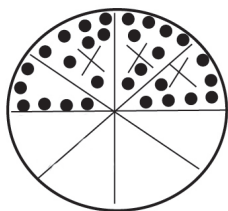
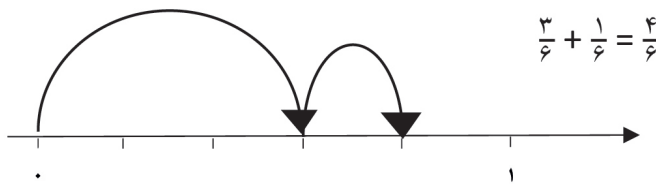
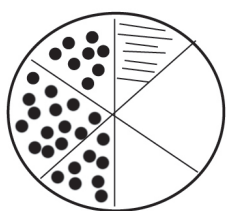
### جمع و تفریق کسرها

در صورتی می‌توانیم دو کسر را جمع و تفریق کنیم که مخرج دو کسر با هم مساوی باشد در غیر این صورت باید دو کسر را هم مخرج کنیم و فقط صورت‌ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم.

$$\frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\frac{16}{50} - \frac{3}{10} = \frac{16}{50} - \frac{3 \times 5}{10 \times 5} = \frac{16}{50} - \frac{15}{50} = \frac{1}{50}$$

جمع و تفریق کسرها را با شکل یا روی محور اعداد می‌توان نمایش داد.



پس به طور کلی برای جمع یا تفریق کسرها می‌توانیم به این صورت بنویسیم.

$$\frac{\Delta}{\blacksquare} + \frac{*}{\blacksquare} = \frac{\Delta + *}{\blacksquare} \longrightarrow$$

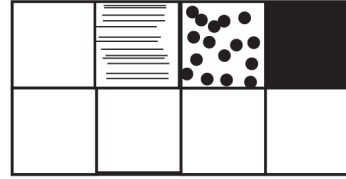
برای تفریق نیز به همین صورت است.

### ضرب عدد در کسر

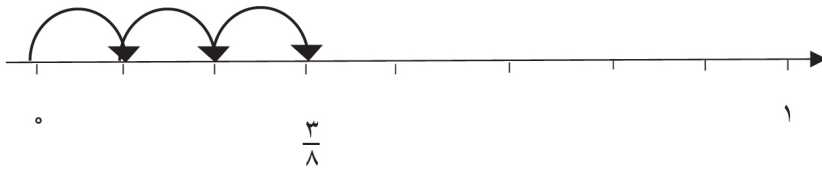
یعنی تعداد بخش‌های مختلف رنگی را با هم جمع کنیم و یا به صورت ضرب می‌نویسیم.

چون سه رنگ داریم پس عدد ۳ را در یک قسمت کسر رنگی ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \Rightarrow 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$



ضرب بالا را می‌توانیم به صورت زیر روی محور نشان دهیم، یعنی داریم ۳ تا  $\frac{1}{8}$

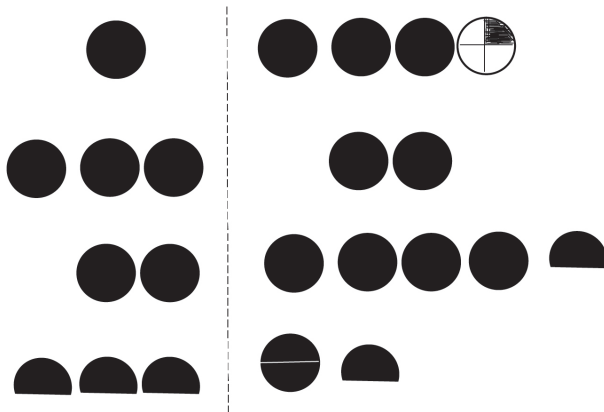


در ضرب عدد در کسر عدد تنها در صورت کسر ضرب می‌شود. پس داریم:

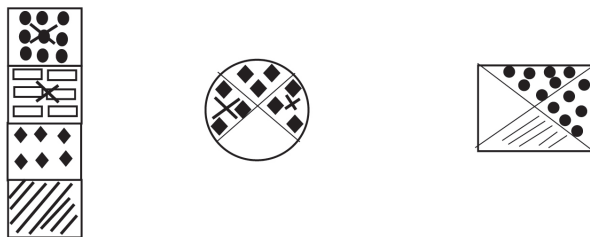
$$\Delta \times \frac{*}{\blacksquare} = \frac{\Delta \times *}{\blacksquare}$$

## تمرین های تکمیلی

۱- با توجه به واحد داده شده در سمت چپ، عدد مخلوط مربوط به هر شکل را بنویسید. و آن را روی محور نشان دهید.



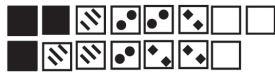
۲- برای شکل های زیر جمع و تفریق کسری بنویسید.



۳-  $\frac{1}{4}$  از کتاب یک کتابخانه با ظرفیت ۴۰۰ کتاب خوانده شده است، چند کتاب خوانده شده است؟  
اگر  $\frac{1}{4}$  از این کتاب ها خوانده شده بود، چند کتاب خوانده شده داشتیم؟

۴- حسین نصف کیک تولدش را به پارسا داد. پارسا نیز ربع کیک خود را به امید داد. کیک امید چه مقدار از کیک کامل است؟ (راهنمایی: با رسم شکل به دست آورید.)

۵- برای شکل زیر ضرب مناسب بنویسید و آن را روی محور نشان دهید.



۶- در جاهای خالی علامت  $<$   $=$   $>$  قرار دهید.

$$\frac{2}{4} \square \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \square \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{7} \square \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{8} \square \frac{5}{40}$$

۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{6}{9} + \frac{16}{18} =$$

$$4 \times \frac{3}{25} - \frac{1}{5} =$$

$$10 \times \frac{90}{900} - 1 =$$

$$3 \times \frac{5}{49} - \frac{2}{7} =$$

$$\frac{20}{39} - \frac{1}{3} =$$

$$3 \times \frac{5}{14} - 2 \times \frac{1}{7} =$$

۸- جملات صحیح را مشخص کنید.

\* ۳ واحد کامل و  $\frac{1}{4}$  می شود  $3 \frac{2}{8}$

\* اگر طول یک مداد  $\frac{1}{8}$  باشد، یعنی طول مداد  $\frac{7}{8}$  کمتر از ۸ است.

\*  $\frac{3}{6}$  بزرگتر از  $\frac{4}{7}$  است.

\*  $\frac{1}{3}$  برابر است با  $\frac{13}{39}$ .

\*  $\frac{1}{3} + \frac{4}{6} = 1$

\* حاصل عبارت  $\frac{17}{12} - \frac{1}{4} - \frac{12}{10} - \frac{7}{5}$  است.

\* ۲ برابر ربع با  $\frac{1}{4}$  برابر است.

۹- به سوالات زیر پاسخ دهید.

•  $\frac{1}{3}$  ساعت چند دقیقه است؟ ..... دقیقه

•  $\frac{2}{5}$  ساعت چند دقیقه است؟ ..... دقیقه

• ۲۰ دقیقه بعد از ساعت ۱۶ را با عدد مخلوط نمایش دهید. ....

• ۱۰ دقیقه مانده به ساعت ۷ را با عدد مخلوط نمایش دهید. ....

ن ت	ق ق	خ	خ خ	اهداف و انتظارات
				۱. با رسم شکل مسئله را حل می کند و کسر واحد را توضیح می دهد.
				۲. شکل کسر خواسته شده را رسم می کند، کسر را روی محوی نشان می دهد.
				۳. جمع و تفریق کسرهای هم مخرج را درست حل می کند.
				۴. برای کسر مورد نظر چند کسر مساوی می نویسد.
				۵. کسر داده شده را ساده می کند و قسمت های مختلف کسر (صورت و مخرج) را می شناسد.
				۶. می تواند برای کسر داده شده مخرج مشترک گرفته و جمع و تفریق انجام دهد.
				۷. با شکل جمع و تفریق را نشان می دهد.
				۸. عدد را در کسر ضرب کرده پاسخ درست می دهد.
				۹. روی شکل نصف، ربع، ثلث، خمس را نشان می دهد.
				۱۰. می تواند کسرها را مقایسه کند.

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

..... من یاد گرفتم

.....

..... اما من یاد نگرفتم

.....

..... آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم

.....



فصل سوم  
**ضرب و  
تقسیم**

### حذف حالت‌های نامطلوب

به جای  $\square$  چه عددی قرار دهیم تا  $6 \times \square$  نزدیک‌ترین عدد به ۳۲ باشد؟

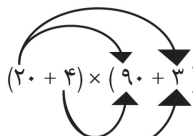
$6 \times \square$	
$6 \times 0$	$0 \times$
$6 \times 1$	$6 \times$
$6 \times 2$	$12 \times$
$6 \times 3$	$18 \times$
$6 \times 4$	$24 \times$
$6 \times 5$	$30 \checkmark$
$6 \times 6$	$36 \times$

حذف حالت‌های نامطلوب را می‌توانیم در پیدا کردن خارج قسمت یک تقسیم و یافتن گزینه‌ی درست سوالات تستی به کار ببریم.

### ضرب



**الف) فرآیندی:** روش فرآیندی در واقع همان حالت گسترده نویسی هست که این روش را می‌توان به دو حالت انجام داد: یکی این که هر دو عدد یعنی هم عدد اول و هم عدد دوم را گسترده نوشت و سپس ضرب را انجام داد و یا حالت دوم این که فقط یکی از عددها را گسترده بنویسیم. حالت اول: هر دو عدد را به صورت گسترده می‌نویسیم:

$\begin{array}{r} 24 \\ \times 93 \\ \hline 1800 \\ + 60 \\ \hline 360 \\ + 12 \\ \hline 2232 \end{array}$	$\rightarrow 20 + 4$ $\rightarrow 90 + 3$	$\rightarrow$		$\begin{aligned} 20 \times 90 &= 1800 \\ 20 \times 3 &= 60 \\ 4 \times 90 &= 360 \\ 4 \times 3 &= 12 \end{aligned}$
--	--	---------------	--	---



حالت دوم: فقط یکی از عددها را به صورت گسترده می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r}
 352 \rightarrow 300 + 50 + 2 \\
 \times 43 \rightarrow 43 \\
 \hline
 12900 \\
 + 2150 \\
 \hline
 86 \\
 \hline
 15136
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{l}
 \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \\
 43(300 + 50 + 2) \Rightarrow \\
 43 \times 300 = 12900 \\
 43 \times 50 = 2150 \\
 43 \times 2 = 86
 \end{array}$$

**ب) روش تکنیکی:** در این روش رقم‌های عدد دوّم (یکان، دهگان، صدگان و ...) را به ترتیب و ابتدا از یکان در عدد اوّل ضرب می‌کنیم: در این جا ابتدا ۳ را در ۵۶ ضرب کرده و می‌نویسیم و سپس عدد ۷ را در ۵۶ ضرب می‌کنیم چون ۷ در مرتبه‌ی دهگان قرار دارد یک صفر جلوی جواب آن قرار می‌دهیم. سپس با احتساب صفر دهگان عددهای حاصل ضرب‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{array}{r}
 56 \\
 \times 73 \\
 \hline
 168 \leftarrow 3 \times 56 \\
 + 3920 \leftarrow 7 \times 56 \\
 \hline
 4088
 \end{array}$$

**تذکر:** بهتر است صفر هریک از مرتبه‌های دهگان، صدگان و ... در ضرب را با رنگ قرمز نشان دهیم تا هیچ‌گاه اعمال آن‌ها را در ضرب فراموش نکنیم.

**ج) روش مساحتی:** می‌توانیم بگوییم روش مساحتی همان روش فرآیندی با شکل هست که به صورت مستطیل رسم می‌کنیم و جمع مساحت‌های شکل‌های به وجود آمده حاصل ضرب ما را نشان می‌دهد. در این جا هم مانند روش فرآیندی هم می‌توان هر دو عدد را به صورت گسترده نوشت و یا اینکه فقط یکی از اعداد را به صورت گسترده نوشت.

$$\begin{array}{r}
 42 \rightarrow 40 + 2 \\
 \times 15 \\
 \hline
 600 \\
 + 30 \\
 \hline
 630
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 40 & 2 \\
 \hline
 15 & \begin{array}{l} 40 \times 15 = 600 \\ 15 \times 2 = 30 \end{array} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad \text{حالت اول}$$

حالت دوم: در اینجا دو مستطیل داریم که مساحت‌های هر کدام را جداگانه محاسبه کرده و در انتها این مساحت‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

	۴۰	۲
۱۰	$40 \times 10 = 400$	$10 \times 2 = 20$
۵	$40 \times 5 = 200$	$5 \times 2 = 10$

$$\begin{array}{r} 42 \rightarrow 40 + 2 \\ \times \\ 15 \rightarrow 10 + 5 \\ \hline \end{array}$$

در این شکل چهار مستطیل ایجاد شده که مساحت هر یک را محاسبه کرده و در انتها مساحت‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times \\ 15 \\ \hline 210 \\ + 630 \\ \hline 630 \end{array}$$

### تأثیر رقم صفر در ضرب

۱. اگر در سمت راست یک یا هر دوی اعداد صفر وجود داشته باشد برای سهولت کار صفرها را در نظر نمی‌گیریم و ابتدا عددها را در هم ضرب کرده و سپس به تعداد صفرهای هر دو و عدد در سمت راست حاصل صفر می‌گذاریم.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{r} 4520 \\ \times 2700 \\ \hline \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{r} 452 \\ \times 27 \\ \hline 3164 \\ + 9040 \\ \hline 12204 \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{r} 4520 \\ \times 2700 \\ \hline 12204000 \end{array} \\ & & & & \text{صفرهایی که ابتدا در نظر نگرفتیم} \end{array}$$

اگر صفر بین ارقام دیگر قرار داشته باشد و بخواهیم چنین ضربی را به هر کدام از روش‌ها انجام دهیم ضرب رقم صفر را نمی‌نویسیم و در واقع یکی از مراحل کم می‌شود.

### روش فرآیندی:

$$\begin{array}{r}
 9063 \rightarrow 9000 + 60 + 3 \\
 \times 23 \rightarrow 23 \\
 \hline
 207000 \leftarrow 23 \times 9000 \\
 + 1380 \leftarrow 23 \times 60 \\
 \hline
 69 \leftarrow 23 \times 3 \\
 \hline
 208449
 \end{array}$$

### روش تکنیکی:

$$\begin{array}{r}
 523 \\
 \times \\
 204 \\
 \hline
 2092 \\
 + \\
 104600 \\
 \hline
 106692
 \end{array}$$

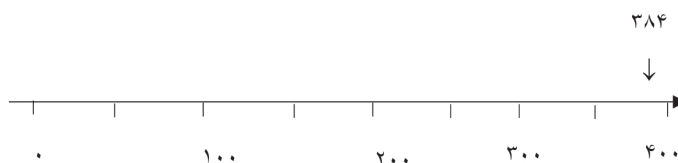
**تذکر:** در نوشتن مراحل ضرب همواره باید به نوشتن رقم‌های هم ارزش دقیقاً زیر هم توجه کرد تا جمع آنها و در نهایت حاصل ضرب اشتباه به دست نیاید.

### نمایش تقریبی عددها روی محور

برای نمایش تقریبی عددها روی محور، ابتدا با توجه به رقم تقریب (دهگان، صدگان، هزارگان و ...) محور را به ترتیب ده تا ده تا، صدتا صدتا، هزارتا هزارتا، .... تقسیم بندی می‌کنیم و عددها را به طور تقریبی نمایش می‌دهیم.

عدد ۳۸۴ را به صورت تقریبی روی محور نشان دهید.

چون عدد ۳۸۴ سه رقمی است پس باید محور را صدتا صدتا تقسیم بندی کنیم. عدد ۳۸۴ بین دو عدد ۳۰۰ و ۴۰۰ قرار دارد.



نقطه‌ی وسط فاصله‌ی بین این دو عدد را پیدا می‌کنیم و با توجه به آن عدد را به صورت تقریبی نشان می‌دهیم.

## تقریب زدن اعداد

برای تقریب زدن یک عدد همانطور که در فصل اول بیان شد زیر رقم مرتبه‌ای که خواسته با توجه به آن عدد را تقریب بزنیم خط می‌کشیم سپس به رقم مرتبه‌ی بعد از آن نگاه می‌کنیم اگر آن رقم از ۵ کوچکتر بود خود عدد را تا جایی که زیر آن خط کشیدیم می‌نویسیم و به جای رقم‌های مرتبه‌ی بعدی صفر قرار می‌دهیم ولی اگر رقم بعد از آن (رقم بعد از مرتبه‌ای که با توجه به آن می‌خواهیم عدد را تقریب بزنیم) ۵ و یا بزرگتر از ۵ بود یک رقم به آن عدد اضافه می‌کنیم و به جای رقم‌های بعدی صفر قرار می‌دهیم.

به عنوان مثال: اگر بخواهیم عدد ۳۸۴ را با تقریب صدگان بنویسیم یعنی بگوییم این عدد بین کدام دو عدد صدتایی متوالی قرار دارد و به کدام نزدیک تر است، زیر ۳ که در مرتبه‌ی صدگان هست خط می‌کشیم و به رقم بعد از آن که ۸ است نگاه می‌کنیم، چون از ۵ بزرگتر است یک واحد به ۳ اضافه کرده و به جای دو رقم بعدی صفر قرار می‌دهیم که می‌شود ۴۰۰ یعنی ۳۸۴ به ۴۰۰ نزدیک تر است.

**نکته:** اگر نگفته بود که عدد را با کدام مرتبه تقریب بزنید آن را با توجه به بزرگترین مرتبه تقریب می‌زنیم به عنوان مثال برای تقریب عدد ۷۹۵۳ آن را با توجه به بزرگترین مرتبه که مرتبه‌ی هزارگان می‌شود تقریب می‌زنیم:

$$7953 \approx 8000$$

## محاسبه‌ی تقریبی:

در محاسبه‌های تقریبی می‌توان به دو صورت عمل کرد:

الف) هر کدام از اعداد را در ابتدا تقریب بزنیم و سپس دو عدد را در هم ضرب، تقسیم یا جمع و تفریق کنیم.

به عنوان مثال برای ضرب دو عدد زیر با تقریب دهگان به این صورت می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r} 341 \times 579 \\ \downarrow \text{با تقریب دهگان} \\ 340 \times 580 = 197200 \end{array}$$

ب) ابتدا حاصل ضرب، جمع و ... را به دست می‌آوریم و سپس آن عدد را با تقریب دلخواه می‌نویسیم.

$$\begin{array}{r} 990 \\ \times 89 \\ \hline 99110 \end{array} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{با تقریب دهگان هزار}} \\ 100000 \end{array}$$

### کاربرد تقریب:

۳۷۶۳ کیلوگرم تقریباً چند تن است؟ ابتدا عدد را تا رقم هزارگان تقریب می‌زنیم و سپس آن را به تن تبدیل می‌کنیم.

$$۳۷۶۳ \text{ کیلوگرم} \xrightarrow{\text{تقریب}} ۴۰۰۰ \text{ کیلوگرم} \xrightarrow{۱=۱۰۰۰ \text{ تن}} ۴ \text{ تن}$$

### محاسبه‌ی تقریبی خارج قسمت

برای محاسبه‌ی تقریبی خارج قسمت تقسیم می‌توانیم ابتدا مقسوم و یا مقسوم علیه را تقریب زده و سپس عمل تقسیم را انجام دهیم.

۸۳۱	۴	تقریب با رقم صدگان →	$۸۰۰ \div ۴ = ۲۰۰$
۶۵	۲۳	تقریب با رقم دهگان →	$۶۰ \div ۲۰ = ۳$

۴۹

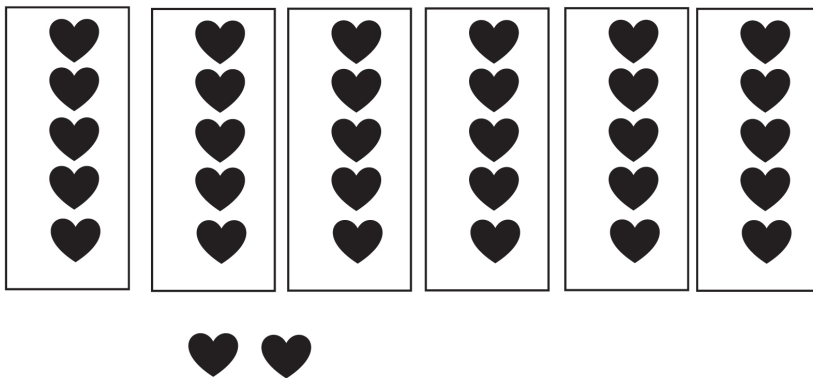
۳ را که در خارج قسمت قرار دهیم حاصل ضرب آن از مقسوم بزرگ تر می‌شود، پس یکی کمتر یعنی ۲ را در خارج قسمت قرار می‌دهیم.

### تقسیم

عمل تقسیم را به سه روش می‌توان انجام داد: الف) رسم شکل ب) روی محور ج) عملیات ریاضی

#### الف) رسم شکل

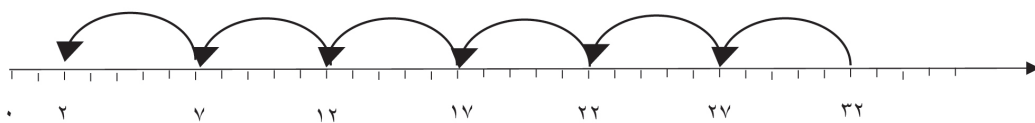
مثال ۱: می‌خواهیم ۳۲ شکلات را در بسته‌های ۵ تایی قرار دهیم. چند بسته درست می‌شود و چند شکلات اضافه می‌آید؟ با توجه به شکل ۶ بسته درست می‌شود و ۲ عدد شکلات هم اضافه می‌آید.





(ب) محور:

برای اینکه مثال را بخواهیم روی محور نشان دهیم کافی است از عدد ۳۲، ۵ تا ۵ به عقب برگردیم.



پس ۶ بسته ی ۵ تایی داریم و ۲ عدد شکلات اضافه می آوریم.

(ج) عملیات ریاضی: نوشتن تقسیم به صورت زیر که اجزای آن را به این صورت نمایش می دهیم و از این به بعد بیشتر از این روش برای تقسیم کردن استفاده می کنیم:

مثال:

<p>مقسوم (چیزی که تقسیم می شود)</p> <p>مقسوم علیه</p> <p>خارج قسمت</p> <p>باقی مانده</p>	<p>مقسوم علیه ۵</p> <p>خارج قسمت ۶</p>
<p>۳۲ ← مقسوم</p> <p>۳۰ -</p> <p>۰۲ ← باقی مانده</p>	<p>۳۲ ← مقسوم</p> <p>۳۰ -</p> <p>۰۲ ← باقی مانده</p>
<p>(مقسوم علیه × خارج قسمت) -</p>	<p>۳۲ ← مقسوم</p> <p>۳۰ -</p> <p>۰۲ ← باقی مانده</p>

### امتحان کردن درستی تقسیم:

برای امتحان کردن درستی تقسیم انجام شده، دو مورد زیر را بررسی می کنیم:

مقسوم < باقی مانده                      مقسوم = باقی مانده + (مقسوم علیه × خارج قسمت)

در بعضی از مسائل برای به دست آوردن مقسوم هم از این رابطه استفاده می شود.

### بخش پذیری

(مقسوم، مضربی از مقسوم علیه است)

یا ↑

اگر در یک تقسیم باقی مانده صفر شود، می گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

برای مثال:

۴۵	۵	→ ۴۵ بر ۵ بخش پذیر است.
۴۵	۹	

نکته: برای بعضی از عددها قوانین خاصی وجود دارد که بدون نیاز به تقسیم کردن و فقط با دانستن آن قوانین می‌توان تشخیص داد مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است یا نه:

**بخش پذیری بر ۲:** اعدادی بر ۲ بخش پذیرند که رقم یکان آن‌ها زوج باشد.

(یکان آن‌ها یکی از ارقام ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ باشد)

\* در تقسیم اعداد فرد بر ۲ باقی مانده ۱ خواهد شد.

بر ۲ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم صفر است.  $8756 \rightarrow$

بر ۲ بخش پذیر نیست و باقی مانده تقسیم ۱ است.  $8765 \rightarrow$

**بخش پذیری بر ۳ و ۹:** اعدادی بر ۳ یا ۹ بخش پذیرند که جمع ارقامشان بر ۳ یا ۹ بخش پذیر باشد. (اگر عدد به دست آمده بزرگ بود، می‌توان همین روش را تکرار کرد.)

$$963583 \rightarrow 9 + 6 + 3 + 5 + 8 + 3 = 34 \rightarrow 3 + 4 = 7$$

جمع ارقام این عدد بر ۳ یا ۹ بخش پذیر نیست.

**بخش پذیری بر ۴:** اعدادی بر ۴ بخش پذیرند که دو رقم سمت راست آن‌ها صفر و یا دو رقم سمت راست آن‌ها بر ۴ بخش پذیر باشد. برای یافتن باقیمانده‌ی تقسیم یک عدد بر ۴ کافی است عدد حاصل از دو رقم سمت راست آن را بر ۴ تقسیم کنیم.

بر ۴ بخش پذیر است  $85600 \rightarrow$

$$10972 \rightarrow \begin{array}{r|l} 72 & 4 \\ - 4 & 18 \\ \hline - 32 & \\ \hline 32 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

بر ۴ بخش پذیر است؛ چون دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر است.

$$8537427 \rightarrow \begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ - 24 & 6 \\ \hline 03 & \end{array}$$

بر ۴ بخش پذیر نیست؛ و باقیمانده تقسیم آن بر ۴ هم ۳ می‌شود.



بخش پذیری بر ۵: اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم یکانشان صفر یا ۵ باشد.

بر ۵ بخش پذیر است.  $\rightarrow 6754230$

بخش پذیری بر ۶: اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشند.

چون رقم یکان آن زوج است بر ۲ بخش پذیر می‌باشد.  $\rightarrow 1542$   
 چون هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است،  
 مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر است.  $1 + 5 + 4 + 2 = 12$

بر ۶ هم بخش پذیر می‌باشد.

بخش پذیری بر ۱۰: اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که رقم یکانشان صفر باشد.

بر ۱۰ بخش پذیر است.  $\rightarrow 74860$

تقسیم فرآیندی: در این روش تقسیم را مرحله به مرحله و با توجه به گسترده نویسی عدد انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{r} 585 \\ 3 \overline{) 585} \end{array} \qquad 585 = 500 + 80 + 5$$

مرحله ۱: ۵ تا دسته‌ی صدتایی را بین سه نفر تقسیم می‌کنیم، به هر نفر یک دسته‌ی صدتایی می‌رسد و ۲ تا دسته باقی می‌ماند.

$$\begin{array}{r} 585 \\ - 300 \\ \hline 285 \end{array}$$

مرحله ۲: ۲ دسته‌ی صدتایی باقی مانده را نمی‌توان بین سه نفر تقسیم کرد باید آن‌ها را به دسته‌های ده تایی باز کرد که ۲۰ دسته‌ی ده تایی می‌شود. با ۸ دسته‌ی ده تایی که داریم روی هم می‌شود ۲۸ دسته‌ی ده تایی که اگر بین سه نفر تقسیم کنیم به هر کدام ۹ دسته‌ی ده تایی (۹۰ تا) می‌رسد و یک دسته باقی می‌ماند.

$$\begin{array}{r|l} 285 & 3 \\ - 270 & 90 \\ \hline & 15 \end{array}$$

مرحله ی ۳: یک دسته ی ده تایی باقی مانده را به دسته های یکی باز می کنیم و با ۵ یکی که داشتیم می شود ۱۵ تا یکی که در تقسیم بین سه نفر به هر کدام ۵ تا می رسد.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ - 15 & 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس تقسیم را به صورت پیوسته در روش فرآیندی به این صورت می نویسیم:

$$\begin{array}{r|l} 585 & 3 \\ - 300 & 100 \\ \hline 285 & + 90 \\ - 270 & 5 \\ \hline 15 & 195 \\ - 15 & \\ \hline & 0 \end{array}$$

خارج قسمت تقسیم ما ۱۹۵ می شود.

برای درک بهتر یک مثال دیگر را با هم حل می کنیم. اگر ۲۸۸ را به صورت گسترده بنویسیم داریم  $200 + 80 + 8$

۲۰۰ یا دو دسته ی صدتایی را نمی توانیم بین ۲۴ نفر به طور مساوی تقسیم کنیم پس آن را به دسته های ده تایی باز می کنیم پس ۲۰ دسته ی ده تایی داریم که با ۸ ده تایی که داشتیم ۲۸ دسته ی ده تایی می شود حالا اگر ۲۸ دسته ی ده تایی را بخواهیم بین ۲۴ نفر تقسیم کنیم به هر نفر یک دسته ی ده تایی می رسد و ۴ دسته باقی می ماند. حالا ده تایی های باقی مانده را به دسته های یکی باز می کنیم که با ۸ یکی که داریم ۴۸ یکی می شود. ۴۸ در تقسیم به ۲۴ نفر به هر نفر ۲ عدد می رسد و دیگر باقی مانده نداریم. پس خارج قسمت یا پاسخ تقسیم ما ۱۲ می شود.

$$\begin{array}{r|l}
 ۲۸۸ & ۲۴ \\
 - ۲۴۰ & ۱۰ \\
 \hline
 ۴۸ & + ۲ \\
 - ۴۸ & ۱۲ \\
 \hline
 & ۰
 \end{array}$$

تقسیم تکنیکی: در کتب قدیم تقسیم‌ها را به این روش حل می‌کردند و هنوز هم کاربردی ترین روش تقسیم است. به تعداد رقم‌های مقسوم علیه رقم‌های مقسوم را جدا می‌کنیم. (اگر رقم‌های جدا شده مقسوم کوچک‌تر از مقسوم علیه شد در مقسوم یک رقم بیشتر از مقسوم علیه جدا می‌کنیم.) حالا تقسیم را مرحله به مرحله انجام می‌دهیم. به عنوان مثال در تقسیم روبه‌رو  $۹۶۷ \overline{) ۴۱}$  مقسوم علیه دو رقم است پس دو رقم از مقسوم را در نظر می‌گیریم در این صورت داریم  $۹۶ \overline{) ۴۱}$  که اگر مقسوم و مقسوم علیه را به صورت تقریبی در نظر بگیریم داریم  $۱۰۰ \overline{) ۴۰}$  و در  $۱۰۰$  دو تا  $۴۰$  تا داریم عدد به دست آمده را در تقسیم اصلی قرار می‌دهیم و با توجه به حاصل ضرب خارج قسمت در مقسوم علیه می‌توانیم یک واحد از عدد به دست آمده کم و یا به آن اضافه کنیم. بقیه‌ی تقسیم را به همین منوال ادامه می‌دهیم. در هر مرحله یک رقم مقسوم را پایین می‌آوریم.

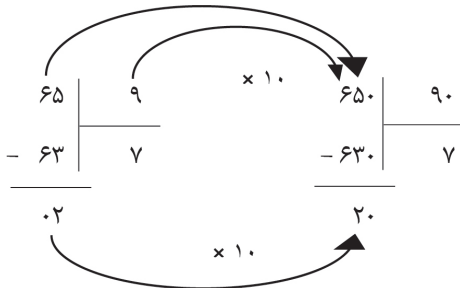
$$\begin{array}{r|l}
 ۹۶۷ & ۴۱ \\
 - ۸۲ & ۲۳ \\
 \hline
 ۱۴۷ & \\
 - ۱۲۳ & \\
 \hline
 ۰۲۴ &
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{r|l}
 ۹۶ & ۴۱ \\
 \hline
 &
 \end{array}
 \quad \xrightarrow{\text{تقریبی}} \quad
 \begin{array}{r|l}
 ۱۰۰ & ۴۰ \\
 - ۸۰ & ۲ \\
 \hline
 ۲۰ &
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r|l}
 ۱۴۷ & ۴۱ \\
 \hline
 &
 \end{array}
 \quad \xrightarrow{\text{تقریبی}} \quad
 \begin{array}{r|l}
 ۱۵۰ & ۴۰ \\
 - ۱۲۰ & ۳ \\
 \hline
 ۳۰ &
 \end{array}$$

تقسیم را تا جایی ادامه می‌دهیم که باقی مانده کوچکتر از مقسوم علیه شود.

**نکته‌های تستی:**

**نکته‌ی (۱):** اگر مقسوم و مقسوم علیه را در عددی ضرب یا تقسیم کنیم، خارج قسمت تغییری نمی‌کند، ولی باقی مانده در همان عدد ضرب یا تقسیم شود.



**نکته‌ی (۲):** در تقسیم اگر بخواهیم بدانیم حداکثر چند واحد می‌توان به مقسوم اضافه کرد تا خارج قسمت تغییر نکند، به این صورت است که باید ببینیم حداکثر چند واحد می‌توان به باقی مانده اضافه کرد تا باز هم کم‌تر از مقسوم علیه باشد (زیرا باقی مانده باید همیشه از مقسوم علیه کوچک‌تر باشد).

مثال: اگر در یک تقسیم مقسوم علیه ۱۵ و باقی مانده ۴ باشد، حداکثر چند واحد به مقسوم می‌توانیم اضافه کنیم تا خارج قسمت تغییر نکند؟ چون مقسوم علیه ۱۵ است، و باقی مانده باید همیشه کمتر از مقسوم علیه باشد، پس باقی مانده حداکثر می‌تواند ۱۴ باشد و حداکثر می‌توانیم ۱۰ واحد به مقسوم اضافه کنیم.  $(14 - 4 = 10)$

**نکته‌ی (۳):** اگر مجموع و اختلاف دو عدد را داشته باشیم برای به دست آوردن آن دو عدد می‌توانیم از دو رابطه‌ی زیر استفاده کنیم

$$2 \div (\text{اختلاف} + \text{مجموع دو عدد}) = \text{عدد بزرگتر}$$

$$2 \div (\text{اختلاف} - \text{مجموع دو عدد}) = \text{عدد کوچکتر}$$

مثال: اگر مجموع دو عدد ۳۲ و اختلاف آن‌ها ۶ باشد، آن دو عدد را به دست آورید.

$$\text{عدد بزرگتر} = 19 = (32 + 6) \div 2$$

عدد دیگر را هم می‌توان از روی رابطه و هم با توجه به مجموع یا اختلاف دو عدد به دست آورد.

$$13 = 32 - 19 = \text{عدد بزرگتر} - \text{مجموع} = \text{عدد کوچکتر}$$

**نکته‌ی (۴):** اگر بخواهیم یک شی را به چند قطعه تقسیم کنیم به شرط آن که قطعات را روی هم نگذاریم، تعداد برش‌ها یکی کمتر از تعداد قطعات است.

مثال: برای آن که یک طناب ۶۳ متری را به ۹ قطعات ۹ متری تقسیم کنیم، ۶ برش لازم است.

$$\text{تعداد برش‌ها} \quad 6 - 1 = 6 \quad \text{تعداد قطعات} \quad 63 \div 9 = 7$$

## تمرین های تکمیلی

۱- حاصل ضرب های زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 240 \\ \times 400 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 220 \\ \times 202 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 248 \\ \times 735 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 909 \\ \times 151 \\ \hline \end{array}$$

۲- علی ۲۵۰۰ ریال پول دارد، اگر پول رضا از ۸ برابر پول علی ۱۵۰۰ ریال کمتر باشد، مجموع پول این دو نفر چقدر می شود؟

۳- اعداد زیر را با تقریب گفته شده بنویسید.

با تقریب دهگان  $\begin{cases} 30582 \\ 6609 \end{cases}$

با تقریب صدگان  $\begin{cases} 12480 \\ 827001 \end{cases}$

با تقریب هزارگان  $\begin{cases} 758090 \\ 223793 \end{cases}$

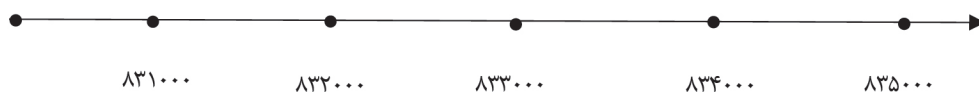
۴- اعداد زیر را به صورت تقریبی روی محور نشان دهید.

۸۳۱۹۰۵

۸۳۹۱۰۲

۸۳۵۶۳۰

۸۳۲۵۱۲



۵- دو تقسیم اول را به صورت تکنیکی و دو تقسیم دیگر را به روش فرآیندی حل کنید و برای یکی از تقسیم ها رابطه‌ی درستی تقسیم را بنویسید.

$$1963 \overline{) 24}$$

$$9865 \overline{) 8}$$

$$7089 \overline{) 7}$$

$$574 \overline{) 5}$$

۶- برای خرید چهار مداد ۱۲۰۰ تومان پرداخته‌ایم. اگر بخواهیم ۱۵ مداد بخریم، باید چند تومان بپردازیم؟

ن ت	ق ق	خ	خ خ	اهداف و انتظارات
				۱. با استفاده از ضرب مسئله را حل می‌کند.
				۲. مسئله را با حذف حالت های نامطلوب حل می‌کند.
				۳. مراحل ضرب اعداد را به درستی انجام می‌دهد.
				۴. با گرد کردن عددها جواب تقریبی ضرب، جمع، تفریق و تقسیم را می‌دهد.
				۵. اجزای تقسیم را می‌شناسد و بخش پذیر بودن را توضیح می‌دهد.
				۶. تقسیم را به درستی انجام می‌دهد و رابطه‌ی درستی تقسیم را می‌نویسد.
				۷. تقسیم فرآیندی و تکنیکی را متوجه می‌شود.
				۸. در حل مسائل از تقسیم استفاده می‌کند.

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

..... من یاد گرفتم

.....

..... اما من یاد نگرفتم

.....

..... آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم







فصل چهارم  
**اندازه‌گیری**

## زاویه

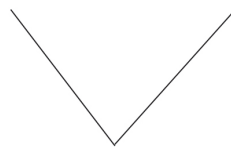
از برخورد دو نیم خط یا دو پاره خط در یک نقطه مشترک زاویه به وجود می‌آید. به نقطه‌ی برخورد آن‌ها رأس زاویه و به آن دو نیم خط یا پاره خط ضلع زاویه می‌گویند.

واحد اندازه‌گیری زاویه، درجه است و زاویه را با نماد  $\angle$  یا  $\sphericalangle$  نشان می‌دهند.

به عنوان مثال  $\angle$  ← زاویه‌ی ب = = ب  $\angle$

**نام‌گذاری زوایه‌ها:** برای نام‌گذاری هر زاویه به دو روش می‌توان عمل کرد:

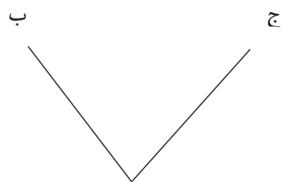
الف- نوشتن فقط نام رأس زاویه



زاویه‌ی الف

الف

ب- نوشتن با سه حرف (نام نقطه‌ی رأس همیشه باید در وسط حروف باشد).



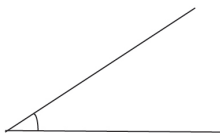
زاویه‌ی ج الف ب یا ب الف ج

الف

**نکته:** اندازه‌ی زاویه به مقدار باز و بسته شدن آن کم و زیاد می‌شود ولی تغییر اندازه‌ی اضلاع تأثیری در اندازه‌ی زاویه ندارد.

## انواع زوایه:

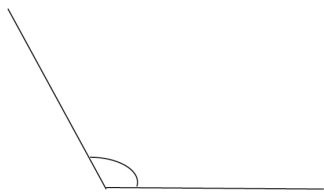
۱. زاویه تند (حاده) که اندازه آن کمتر از  $90^\circ$  درجه است. مانند:



۲. زاویه‌ی راست (قائمه) که اندازه‌ی آن دقیقاً  $90^\circ$  درجه است و با گونیا رسم می‌شود.



۳. زاویه باز (منفرجه) که اندازه‌ی آن بین ۹۰ تا ۱۸۰ درجه است. مانند:



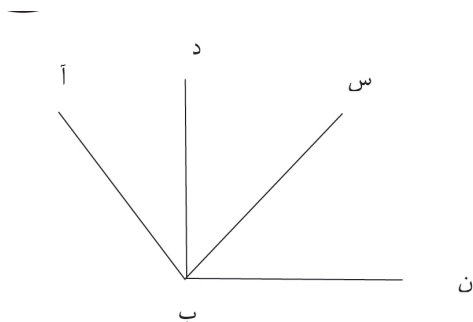
۴. زاویه‌ی نیم صفحه که اندازه‌ی آن دقیقاً ۱۸۰° است. و از کنار هم قرار دادن دو زاویه راست درست می‌شود. مانند:



۵. زاویه‌ی تمام صفحه که اندازه‌ی آن دقیقاً ۳۶۰° درجه است و دو ضلع زاویه روی هم قرار می‌گیرند. این زاویه با کنار هم قرار دادن دو زاویه‌ی ۱۸۰° درجه تشکیل می‌شود.



### پیدا کردن تعداد زاویه‌های یک شکل



برای پیدا کردن تعداد زاویه‌های یک شکل هم می‌توانیم از روش الگو سازی و هم از روش فرمول نویسی استفاده کنیم. در روش الگو سازی به این صورت عمل می‌کنیم در هر مرحله یکی از نیم خط‌ها را در نظر گرفته و تعداد زاویه‌هایی که با کمک آن نیم خط ساخته می‌شود را می‌شماریم. در اینجا ابتدا نیم خط (آ ب) را در نظر می‌گیریم و زاویه‌هایی که با کمک آن ساخته می‌شود را به ترتیب می‌نویسیم:

(آ ب د)                      (آ ب س)                      (آ ب ن)

در مرحله‌ی بعد ضلع (د ب) را در نظر می‌گیریم: (د ب س) (د ب ن)

و در پایان هم ضلع (س ب) را نظر می‌گیریم: (س ب ن)

در کل روی هم ۶ زاویه در این شکل وجود دارد.

نکته: برای شمارش تعداد زاویه‌ها در یک شکل می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$۲ \div ((۱ - \text{تعداد نیم خط ها}) \times \text{تعداد نیم خط ها}) = \text{تعداد زاویه ها}$$

یا

$$۲ \div (\text{تعداد فاصله ها} \times \text{تعداد نیم خط ها}) = \text{تعداد زاویه ها}$$

در مثال بالا ۴ نیم خط داریم که بین آن‌ها ۳ فاصله (۴ - ۱) وجود دارد که اگر در فرمول قرار دهیم برای تعداد زاویه‌ها همان ۶ به دست می‌آید.

نیم‌ساز: خطی است که یک زاویه را نصف می‌کند. هر زاویه فقط یک نیم‌ساز دارد.

### اندازه‌گیری زاویه

برای اندازه‌گیری زاویه‌ها از یک وسیله به نام نقاله استفاده می‌کنیم. نقاله به شکل یک نیم دایره است که به ۱۸۰ قسمت مساوی تقسیم شده است؛ به هر یک از این قسمت‌های کوچک که  $\frac{1}{180}$  نیم دایره هستند یک درجه می‌گویند. علامت درجه به این شکل « ° » می‌باشد.

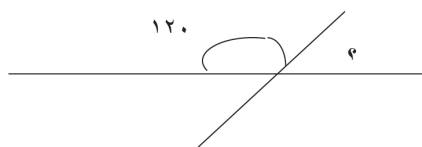
$$1^\circ = \frac{1}{180} \text{ از نیم دایره}$$

برای اندازه‌گیری یک زاویه به کمک نقاله باید مرکز نقاله (حفره‌ی وسط نقاله) روی رأس زاویه قرار گیرد، به طوری که یک ضلع زاویه روی صفر و ضلع دیگر روی یک عدد از نیم دایره قرار بگیرد. حالا عددی که ضلع دوم روی نیم دایره نشان می‌دهد را می‌خوانیم که برابر با اندازه‌ی زاویه می‌باشد.

### نکته‌ها:

■ همه‌ی مثلث‌ها دارای سه زاویه هستند که اگر با هم جمع کنیم ۱۸۰ درجه می‌شوند. پس اگر یکی از زاویه‌های مثلث را نداشته باشیم می‌توانیم با کم کردن مجموع دو زاویه‌ی دیگر از ۱۸۰ درجه اندازه‌ی زاویه‌ی سوم را هم به دست آوریم.

■ زاویه‌ی نیم صفحه ۱۸۰ درجه هست با توجه به این موضوع می‌توان اندازه‌ی زاویه‌های دیگر را به دست آورد. مانند:

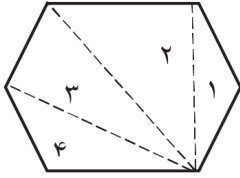


$$180 - 120 = 60$$

■ مجموع زاویه‌های هر چهار ضلعی برابر ۳۶۰ درجه است.

■ برای اینکه مجموع زاویه‌های یک چند ضلعی را پیدا کنیم، یکی از رأس‌های چند ضلعی را در نظر می‌گیریم و قطرهایی که از این رأس عبور می‌کنند را رسم می‌کنیم (دقت کنید قطرهایی را رسم کنید

که همدیگر را قطع نکنند)، تا چند ضلعی به چند مثلث تقسیم شود. حالا چون مجموع زاویه ها در مثلث ها ۱۸۰ درجه است، کافی است تعداد مثلث ها را در ۱۸۰ ضرب کنیم تا مجموع زاویه ها به دست بیاید. به عنوان مثال:



$$۷۲۰^\circ = ۴ \times ۱۸۰^\circ = \text{مجموع زاویه ها} \rightarrow \text{چهار مثلث به دست آمده}$$

مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی را از رابطه ی زیر نیز به دست می آید:

$$۱۸۰^\circ \times (۲ - \text{تعداد اضلاع}) = \text{مجموع زوایای داخلی}$$

■ در چند ضلعی های منتظم (چند ضلعی ای که تمام ضلع های آن با هم و همچنین تمام زاویه های آن با هم مساوی باشند) اگر مجموع زوایای داخلی را بر تعداد ضلع ها یا زاویه ها تقسیم کنیم اندازه هر زاویه به دست می آید.

$$\text{تعداد اضلاع} \div [۱۸۰^\circ \times (۲ - \text{تعداد اضلاع})] = \text{هر زاویه ی داخلی یک چند ضلعی منتظم}$$

■ عقربه های ساعت شمار در هر ساعت ۳۰ درجه می چرخد، زیرا یک دور کامل ساعت ۳۶۰ درجه است که تقسیم بر ۱۲ قسمت ساعت ۳۰ درجه می شود

$$۳۶۰ \div ۱۲ = ۳۰$$

■ عقربه ی دقیقه شمار در هر دقیقه ۶ درجه می چرخد، زیرا:

$$\frac{\text{دقیقه}}{\text{یک دور کامل}} = ۶^\circ \div ۳۶۰^\circ = ۰.۰۱۶۶ \dots$$

■ سرعت عقربه ی دقیقه شمار، ۱۲ برابر سرعت عقربه ی ساعت شمار است، زیرا در همان زمانی که

عقربه ی دقیقه شمار، یک دور کامل می زند، عقربه ی ساعت شمار  $\frac{۱}{۱۲}$  دور می زند.

### اندازه گیری زمان

زمان به کمک واژه های ساعت، دقیقه و ثانیه بیان می شود. هر یک ساعت ۶۰ دقیقه (هر

دقیقه  $\frac{۱}{۶۰}$  ساعت) و هر دقیقه ۶۰ ثانیه (هر ثانیه  $\frac{۱}{۶۰}$  دقیقه) است. بنابراین هر ساعت ۳۶۰۰

ثانیه است. (یا به عبارت دیگر هر ثانیه  $\frac{۱}{۳۶۰۰}$  ساعت است).

نکته: برای تبدیل ساعت به دقیقه باید تعداد ساعت ها را در عدد ۶۰ ضرب کرد و برای تبدیل دقیقه

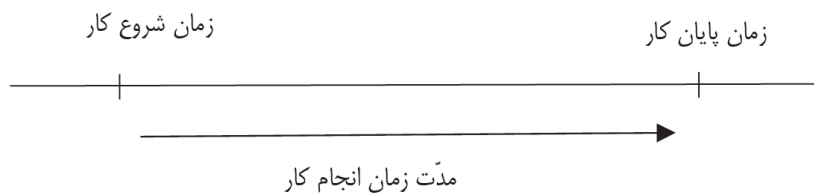
به ساعت باید تعداد دقیقه ها را بر ۶۰ تقسیم نماییم. برای تبدیل دقیقه به ثانیه و بالعکس نیز به همین صورت عمل می‌کنیم.

$$\begin{array}{r}
 ۷۹۸۳ \quad | \quad ۶۰ \\
 \hline
 ۱۳۳ \\
 -۶۰ \\
 \hline
 ۱۹۸ \\
 -۱۸۰ \\
 \hline
 ۱۸۳ \\
 -۱۸۰ \\
 \hline
 ۳
 \end{array}$$

مثال: ۷۹۸۳ دقیقه چند ساعت و چند دقیقه است؟  
 ۱۳۳ ساعت و ۳ دقیقه می‌باشد.

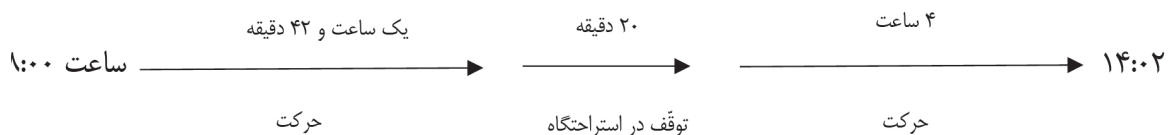
■ هر کاری در یک زمان مشخص شروع و در یک زمان مشخص پایان می‌یابد. مدت زمانی هم صرف انجام آن کار شده است. پس داریم:

$$\text{زمان پایان کار} = \text{مدت زمان انجام کار} + \text{زمان شروع کار}$$



در هر مسئله با داشتن دو عامل از رابطه‌ی بالا می‌توانیم عامل سوم را به دست آوریم.

مثال: یک اتوبوس ساعت ۸:۰۰ از تهران به سمت اصفهان حرکت کرده است. این اتوبوس پس از یک ساعت و ۴۲ دقیقه به مدت ۲۰ دقیقه در یک استراحتگاه توقف می‌کند و پس از ۴ ساعت به اصفهان می‌رسد. این اتوبوس ساعت چند به اصفهان می‌رسد؟

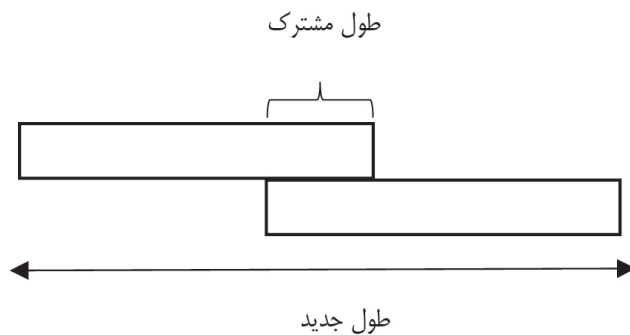


این اتوبوس ساعت ۱۴:۰۲ به اصفهان رسیده است.

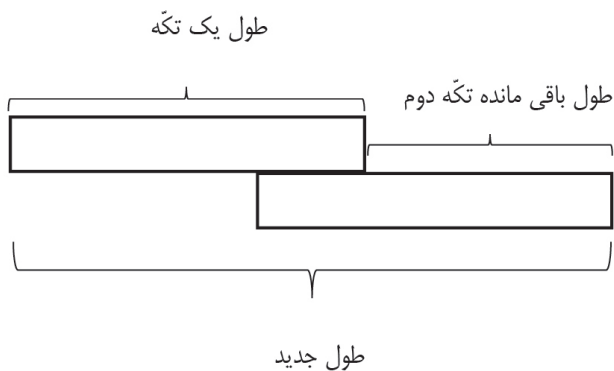
نکته: در ساعات بعد از ظهر برای بیان ساعت به جای اینکه کلمه‌ی بعد از ظهر را در پایان ساعت بیاوریم می‌توانیم آن را با ۱۲ جمع کنیم. به عنوان مثال به جای ساعت ۶ بعد از ظهر می‌گوییم ساعت ۱۸:۰۰.

## اندازه‌گیری طول

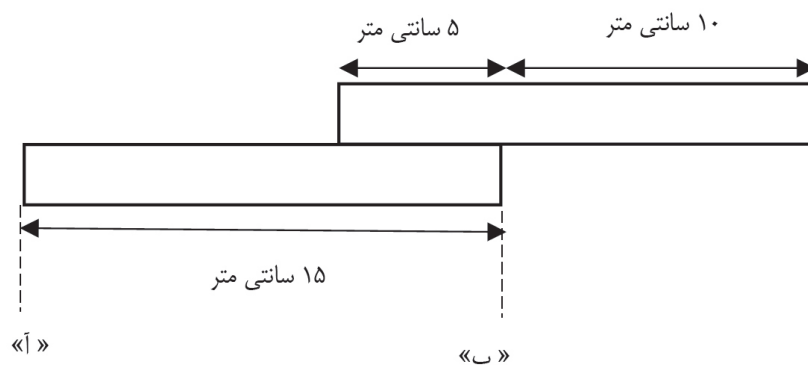
اگر دو تکه نوار کاغذی و یا دو خط کش هم اندازه داشته باشیم که به قسمت های مساوی تقسیم شده اند، می توان با روی هم قرار دادن آن ها طول های مختلف را اندازه گیری کرد. در این صورت طولی که قصد اندازه گیری آن را داریم به دو روش می توان محاسبه نمود.  
الف - طول قسمت مشترک - مجموع طول دو تکه = طول جدید



ب- طول باقی مانده از تکه دوم + طول یک تکه = طول جدید



مثال: طول (ب آ) چقدر است؟



$$\text{سانتی متر } ۲۵ = ۱۵ + ۱۰ \quad \text{یا} \quad \text{سانتی متر } ۲۵ = (۱۵ + ۱۵) - ۵$$

## تمرین های تکمیلی

۱- کارگری هر روز ۸ ساعت کار می کند. اگر او ۵ روز را کامل و روز ششم ۲ ساعت و ۴۰ دقیقه کار کند، جمعاً چند دقیقه کار انجام داده است؟

۲- عقربه ی کوچک و عقربه ی بزرگ ساعت زاویه ی قائم دارند. اگر عقربه بزرگ عدد ۱۲ را نشان دهد، عقربه ی کوچک روی چه عددی قرار دارد؟ دو حالت مختلف آن را بیان کنید.



۳- روی یک زاویه ی نیم صفحه را با دو زاویه ی ۴۵ درجه پوشانده ایم. مقدار باقی مانده از این زاویه ی نیم صفحه با چند زاویه ی ۳۰ درجه پوشانده می شود؟

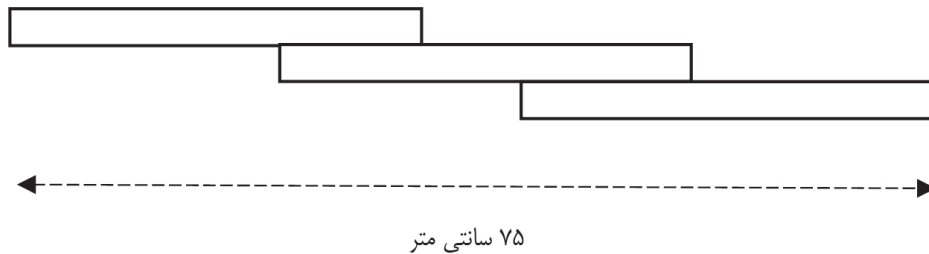
۴- یک ساعت و ۲۷ دقیقه و ۴۹ ثانیه چند ثانیه است؟

۵- عقربه ای پس از شروع به چرخش، ابتدا ۱۰، ۴۵ و ۳۰ درجه به جلو و سپس ۲۰ درجه به عقب حرکت می کند. اکنون چه زاویه ای باید حرکت کند تا به اندازه ی نیم صفحه چرخیده باشد؟

۶- یک راننده برای اینکه رکورد جدید ثبت کند باید کمتر از  $۱\ ۵۹\ ۳۵''$  مسافت مورد نظر را طی کند، اگر او از ساعت  $۱۷\ ۰۵\ ۱۷''$  تا ساعت  $۱۹\ ۳\ ۱۵''$  رانندگی کند، آیا او موفق به ثبت رکورد جدید می شود؟



۷- در شکل زیر هر یک از تگه چوب ها ۳۰ سانتی متر و قسمت های مشترک بین هر دو چوب با هم برابر است. طول هر یک از این قسمت های مشترک را حساب کنید.



۸- یک زاویه ی ۴۵ درجه و یک زاویه ی ۱۴۵ درجه رسم کنید .

۴. وقتی در لندن ساعت ۴ بعد از ظهر است ، ساعت در مادرید ۵ بعد از ظهر است و ساعت در سانفرانسیسکو ۸ صبح همان روز است . آنهایتا ساعت ۹ شب در سانفرانسیسکو به رختخواب رفت ، در آن زمان در مادرید چه ساعتی بوده است ؟

اهداف و انتظارات	خ خ	خ	ق ق	ن ت
۱. اجزای زاویه (رأس و ضلع) را می شناسد، زاویه را رسم کرده و به سه صورت می نویسد و می خواند.				
۲. تمام زاویه های یک شکل را نام می برد.				
۳. یک زاویه ی تند؛ یک زاویه باز و یک زاویه راست را رسم کرده و تفاوت آن ها را توضیح می دهد. با دو نوع گونیا زاویه های مختلف می سازد.				
۴. درباره نقاله و کاربرد آن توضیح می دهد و زاویه های داده شده را با نقاله درست اندازه می گیرد.				
۵. یک درجه را نشان می دهد. زاویه نیم صفحه یا ۱۸۰ را می شناسد. زاویه مجهول را می فهمد.				
۶. زاویه های گونیا های مختلف را با نقاله اندازه گرفته و می داند دو نوع گونیا وجود دارد.				
۷. مثلث های متساوی الاضلاع و متساوی الساقین را می شناسد و به دست آوردن اندازه ی زاویه ی آن ها را می داند.				
۸. در مورد واحدهای اندازه گیری زمان و زمان سنج توضیح داده و زمان داده شده را به ثانیه، دقیقه و ساعت تبدیل می کند.				
۹. ضلع های میز خود را با متر اندازه گرفته و مجموع آن ها را به مترو سانتی متر بیان می کند.				

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

من یاد گرفتم .....

.....

اما من یاد نگرفتم .....

.....

آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم .....

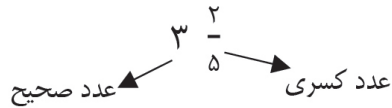


فصل پنجم

# عددهای مخلوط و اعداد اعشاری

## اعداد مخلوط

کسرهای بزرگتر از واحد را می‌توانیم به صورت عدد مخلوط، نشان دهیم. هر عدد مخلوط از یک عدد صحیح و یک عدد کسری تشکیل شده است.



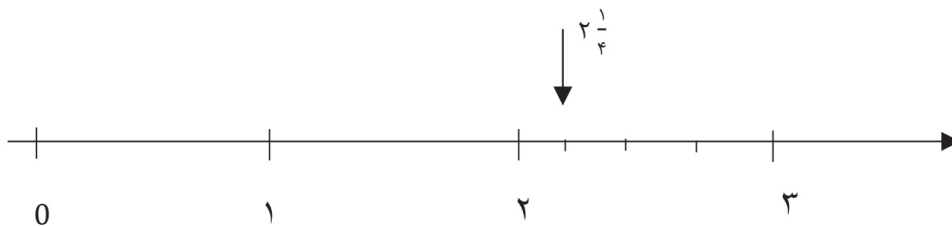
## تبدیل کسر بزرگتر از واحد به عدد مخلوط

برای تبدیل یک کسر بزرگتر از واحد به یک عدد مخلوط صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم می‌کنیم، سپس خارج از قسمت را به عنوان عدد صحیح و باقی مانده را به عنوان صورت کسر در نظر می‌گیریم. مخرج کسر هم تغییر نمی‌کند.

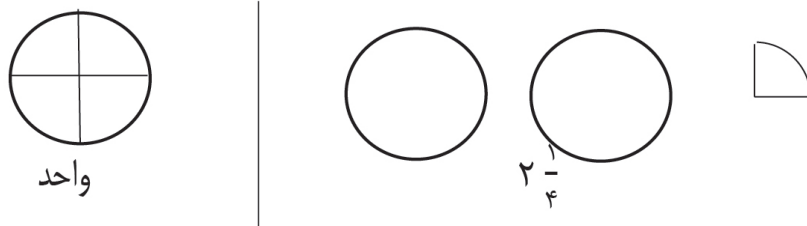
$$\frac{15}{7} \longrightarrow \begin{array}{r} 15 \quad | \quad 7 \\ -14 \quad | \quad 2 \\ \hline 01 \end{array} \quad \frac{15}{7} = 2 \frac{1}{7}$$

عدد صحیح      صورت کسر

هر عدد مخلوط را می‌توانیم روی محور و یا روی شکل نشان دهیم. به عنوان مثال می‌خواهیم عدد  $2 \frac{1}{4}$  را روی محور نشان دهیم. این عدد بین ۲ و ۳ قرار دارد. چون در مخرج کسر عدد ۴ را داریم پس باید بین ۲ و ۳ را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنیم.



می‌توانیم محور را به هر مقدار که بخواهیم تقسیم کنیم و اندازه‌های بسیار کوچکتري ایجاد نماییم. به همین دلیل می‌گوییم بین دو عدد متوالی و پشت سر هم مثلاً ۵ و ۶ بی نهایت عدد قرار دارد. برای نمایش این عدد مخلوط با شکل باید شکلی را به عنوان واحد انتخاب کنیم که از ۴ قسمت مساوی تشکیل شده باشد. پس دو شکل کامل داریم و یک شکلی که  $\frac{1}{4}$  شکل واحد است.



همانطور که در فصل دوم گفته شد می‌توان عدد مخلوط را به کسر تبدیل کرد که در اینجا  $۲ \frac{۱}{۴}$  برابر با  $\frac{۹}{۴}$  است.

$$(۲ \times ۴) + ۱ = ۹$$

### مقایسه‌ی عددهای مخلوط

برای مقایسه‌ی دو عدد مخلوط ابتدا به قسمت صحیح آن‌ها نگاه می‌کنیم هر کدام که عدد صحیح بزرگتری داشته باشند بزرگتر است.

$$۴ \frac{۷}{۸} < ۶ \frac{۱}{۵}$$

در صورتی که عددهای صحیح برابر باشند، به قسمت کسر عدد نگاه می‌کنیم و مقایسه را روی کسرها انجام می‌دهیم. مقایسه‌ی کسرها در فصل دوم به تفصیل شرح داده شد.

$$۷ \frac{۲}{۳} > ۷ \frac{۲}{۵}$$

### اعداد اعشاری

کسرها را می‌توان به صورت عدد اعشاری نمایش داد. برای این کار باید مخرج کسرها مضربی از  $۱۰$  باشد (... و  $۱۰۰۰۰$  و  $۱۰۰۰$  و  $۱۰۰$  و  $۱۰$ )

$$\frac{۲۸}{۱۰} = ۲/۸$$

$$\frac{۱۳۰۵}{۱۰۰} = ۱۳/۰۵$$

همانطور که در مثال‌های بالا می‌بینید برای نوشتن یک کسر به صورت اعشاری، پس از نوشتن صورت کسر به تعداد صفرهای مخرج کسر، رقم‌ها را از سمت راست جدا کرده و ممیز را در آنجا قرار می‌دهیم. اگر تعداد رقم‌های عدد کم‌تر از تعداد صفرهای مخرج بود، به تعداد صفرهایی که کم داریم در سمت چپ عدد، صفر می‌گذاریم. (واضح است که در این حالت، قسمت صحیح هم صفر می‌شود.)

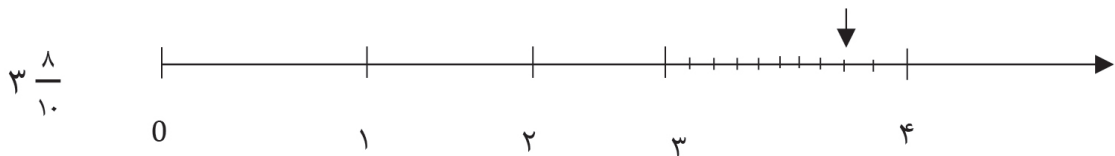
$$\frac{8}{1000} = 0.008 \rightarrow \text{هشت هزارم}$$

به خط موربی که قسمت کامل (واحد کامل) را از واحد کسری جدا می‌کند، ممیز یا خط اعشار می‌گویند. رقم بعد از ممیز نشان دهنده‌ی صورت قسمت کسری می‌باشد.

$$4\frac{7}{10} = 4\frac{7}{10} \rightarrow \text{صورت قسمت کسری}$$

↑ واحد کامل  
↓ خط اعشار

نکته: اگر در عددهای اعشاری قبل از خط اعشار صفر قرار داشته باشد کسر کوچک تر از واحد (مثال  $0.8 = \frac{8}{10}$ ) و اگر قبل از خط اعشار عدد بزرگتر از صفر قرار داشته باشد کسر بزرگتر از واحد یا عدد مخلوط می‌باشد. (مثال  $3\frac{8}{10} = 3\frac{8}{10}$ ) می‌توان روی محور و شکل نشان داد. برای نشان دادن عدد اعشاری روی محور باید فاصله‌ی بین اعداد را به ده قسمت مساوی تقسیم کرد.



سه واحد کامل و  $0.8$  (تا  $0.1$ )

نکته: هر عدد اعشاری را می‌توانیم به صورت مجموع قسمت صحیح و قسمت اعشاری آن بنویسیم.

$$70.6 = 70 + 0.6 \qquad 0.7 = 0 + 0.7$$

### ارزش مکانی و جمع و تفریق عددهای اعشاری

در عددهای اعشاری به جدول ارزش مکانی که قبلاً با آن آشنا شدیم یک ستون دیگر به نام دهم قبل از یکان اضافه می‌کنیم. به عنوان مثال  $735/9$  را به این صورت در جدول ارزش مکانی قرار می‌دهیم.

صدگان	دهگان	یکان	دهم
۷	۳	۵	۹

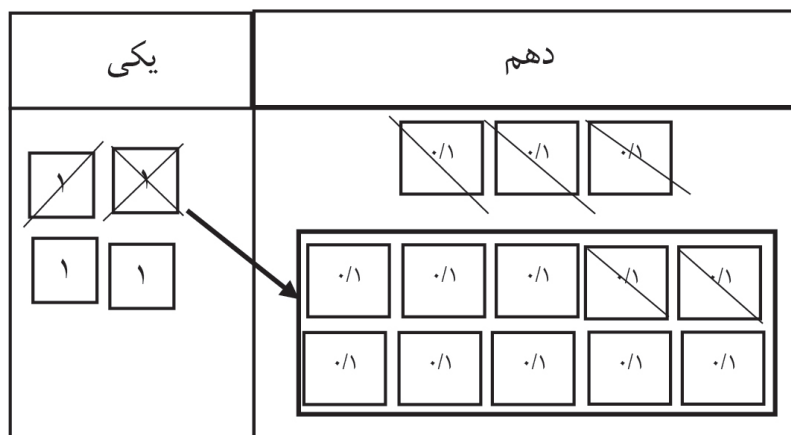
نکته: قبل از دهم هم می‌توان ستون‌های صدم، هزارم و ... را اضافه نمود.

برای جمع و تفریق عددهای اعشاری ابتدا آن‌ها را در جدول ارزش مکانی می‌نویسیم و تک تک ارزش‌ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. در خارج از جدول ارزش مکانی هم باید ممیزها در دو عدد زیر هم

نوشته شوند و قسمت‌های هم مرتبه را هم زیر هم نوشته و سپس اعداد را جمع و تفریق می‌کنیم. به عنوان مثال تفریق روبه‌رو را با کمک جدول ارزش مکانی، شکل و محور انجام می‌دهیم.  $4/3 - 1/5 =$  جدول ارزش مکانی:

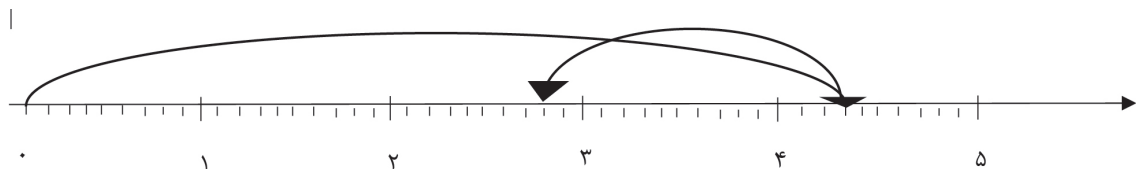
یکی	دهم
۳ ۴	۳ ۱۳
-	۱ ۵
۲	۸

شکل:



در این تفریق چون نمی‌توانیم از  $3/0$ ،  $5/0$  برداریم، بنابراین باید یکی از واحدهای کامل را باز کنیم و به  $10/1$  تا  $13/1$  تبدیل کنیم. حالا  $13/1$  تا  $5/1$  داریم و می‌توانیم ۵ تا از آن‌ها را برداریم و بقیه‌ی تفریق را انجام دهیم.

روی محور



در انجام جمع و تفریق اعداد اعشاری روی محور می‌توانیم از تبدیل عددهای غیر اعشاری کمک بگیریم.

$$= (43 - 15) \text{ تا یک دهم} = 15 \text{ تا یک دهم} - 43 \text{ تا یک دهم} = 4/3 - 1/5$$

$$2/8 = 28 \text{ تا یک دهم}$$

پس در روی محور ابتدا عدد  $4/3$  را مشخص کرده سپس  $15$  تا یک دهم به عقب بر می‌گردیم.

در جمع نیز به همین صورت عمل می‌کنیم.

$$7/1 = 71 \text{ تا یک دهم} = (54 + 17) \text{ تا یک دهم} = 17 \text{ تا یک دهم} + 54 \text{ تا یک دهم} = 5/4 + 1/7$$

نکته: اگر بعد از آخرین رقم اعشاری، یک یا چند صفر باشد، صفرها تاثیری در عدد ندارند و می‌توان

$$\text{صفرها را حذف کرد. } 0/5 = 0/50 = 0/500 = \dots$$

### مقایسه‌ی عددهای اعشاری

برای مقایسه عددهای اعشاری ابتدا عددهای صحیح یا عددهای قبل از ممیز را با هم مقایسه می‌کنیم، قسمت صحیح هر کدام بزرگتر بود آن عدد بزرگتر است. اگر عددهای قبل از ممیز با هم برابر باشند به سراغ عددهای بعد از ممیز می‌رویم.

$$9/1 < 12/3$$

$$3/5 < 3/7$$

تذکر: تا اینجا می‌گفتیم کم ارزش‌ترین مرتبه، مرتبه‌ی یکان در سمت راست هر عدد می‌باشد. اکنون که با عددهای اعشاری آشنا شدیم دیدیم که در جدول ارزش مکانی قبل از مرتبه‌ی یکان هم ستون‌هایی به نام دهم، صدم و ... داریم که از یکان کم ارزش تر هستند.



## تمرین های تکمیلی

۱- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) عدد مخلوط  $۹\frac{۱۱}{۱۷}$  بین دو عدد ..... و ..... قرار دارد و به عدد ..... نزدیک تر است.

ب)  $۱۰$  تا  $\frac{۱}{۵}$  متر می شود ..... متر.

ج) اگر ..... به عدد مخلوط  $۳\frac{۳}{۷}$  اضافه کنیم به واحد کامل تبدیل می شود.

۲- هر قسمت از شکل رو به رو  $\frac{۱}{۹}$  متر است.



الف) طول نوار کاغذی را به صورت عدد مخلوط بنویس.

ب) چند تا  $\frac{۱}{۹}$  می شود  $۲۰۰$  سانتی متر؟

ج) چند قسمت از شکل رو به رو  $۱$  متر می شود؟

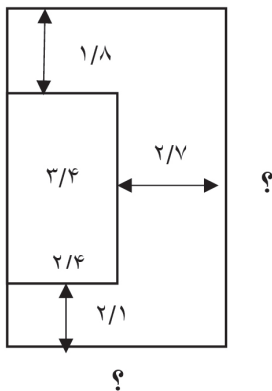
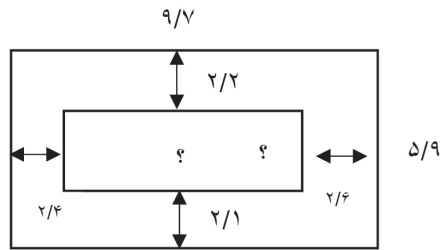
۳-  $\frac{۲}{۸}$  لیتر برابر است با .....  $\frac{۰}{۱}$  لیتر

$۵۲$  تا  $\frac{۰}{۱}$  لیتر برابر است با ..... لیتر

$\frac{۶}{۳}$  لیتر برابر است با  $۶۳$  تا ..... لیتر

۴- گنجایش یک بطری آب  $\frac{۴}{۵}$  لیتر آب است و گنجایش یک بطری دیگر  $\frac{۹}{۷}$  لیتر، تفاوت گنجایش این دو بطری چقدر است؟

۵ - با توجه به اندازه‌های داده شده طول و عرض مستطیل‌ها را حساب کنید.



۶ - ارتفاع آب یک استخر  $\frac{1}{6}$  متر و قد مهرداد  $\frac{1}{8}$  متر است . اگر مهرداد در این استخر ایستاده باشد ، چقدر از قد او بیرون آب است ؟

۷ - حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از محور به دست آورید.

$$9\frac{2}{5} - 3\frac{2}{10} =$$

$$5\frac{6}{6} + 3 =$$

$$3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{8} =$$

$$7\frac{6}{10} + 2\frac{2}{5} =$$

۸ - بین دو عدد  $3\frac{4}{5}$  و  $3\frac{2}{10}$  چهار کسر دیگر بنویسید.

۹ - قطاری ساعت  $8:15'$  از تهران به مقصد مشهد حرکت کرد و بعد از  $19:4'$  برای نماز توقف کرد و در آخر ساعت  $20:03'$  به مقصد رسید.

الف) قطار در چه ساعتی برای نماز توقف کرده است؟

ب) قطار بعد از نماز چه زمانی را در راه بوده تا به مقصد برسد؟

ج) این قطار کلاً چه زمانی در راه بوده است؟

۱۰- پنج تگه چوب  $\frac{3}{10}$  متری و چهار تگه چوب  $\frac{8}{10}$  متری، روی هم چه طولی دارند؟ (به دو صورت اعشاری و مخلوط بنویس)

اهداف و انتظارات	خ خ	خ	ق ق	ن ت
۱. عدد مخلوط داده شده را روی محور نشان می دهد.				
۲. مفهوم قسمت کسری عدد مخلوط را توضیح می دهد.				
۳. اعداد مخلوط را به درستی با هم مقایسه می کند.				
۴. عدد مخلوط داده شده را به صورت اعشار می نویسد و می خواند.				
۵. اعداد اعشار را به درستی با هم مقایسه می کند.				
۶. اعداد اعشار را با هم جمع و تفریق می کند.				
۷. اعداد اعشاری را به درستی در جدول ارزش مکانی قرار می دهد.				

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

..... من یاد گرفتم

.....

..... اما من یاد نگرفتم

.....

..... آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم



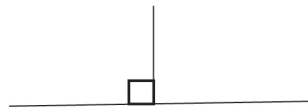
فصل ششم  
**شکل‌های  
هندسی**

### خط عمود و موازی

اگر دو خط یک دیگر را در یک نقطه قطع کنند طوری که یک زاویه ی راست به وجود آورند می‌گوییم آن دو خط برهم عمود هستند.

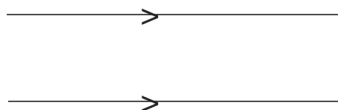


به کمک گونیا می‌توانیم از یک نقطه ی خارج از یک خط خطی عمود بر آن رسم کنیم.  
نکته: از یک نقطه فقط یک خط عمود بر خط مورد نظر می‌توان رسم کرد.

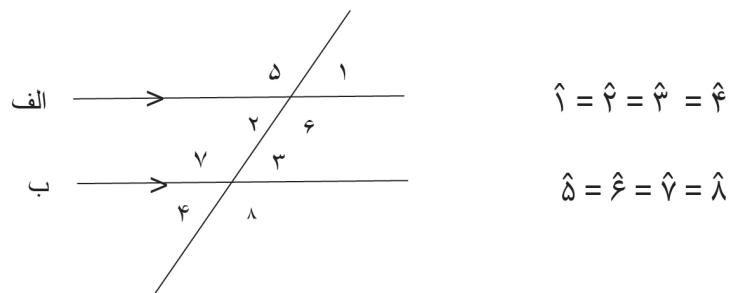


\* کوتاه ترین فاصله ی یک نقطه تا یک خط برابر طول پاره خط عمودی است که از آن نقطه بر این خط رسم می‌شود.

اگر وضعیت دو خط نسبت به یک دیگر طوری باشد که فاصله ی آن‌ها از هم در تمام نقاط مساوی بوده و هر چه آن‌ها را ادامه دهیم در هیچ نقطه ای یک دیگر را قطع نکنند آن دو خط با هم موازی هستند. (موازی بودن دو خط را با فلش‌های هم جهت روی آن‌ها نشان می‌دهیم).

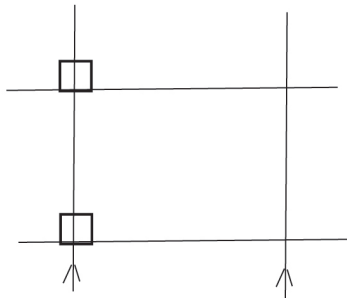


نکته: هرگاه خطی مورب دو خط موازی را قطع کند تمام زاویه‌های تند و تمام زاویه‌های باز ایجاد شده با هم برابر خواهند بود.

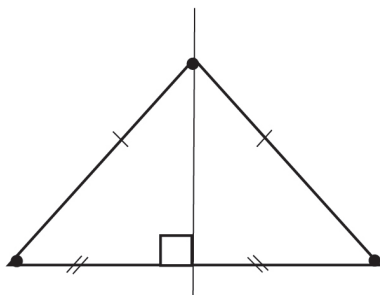


\* اگر یک خط بر دو خط موازی عمود شود تمام زاویه‌های ایجاد شده ۹۰ درجه خواهد بود.

دو خط عمود بر یک خط نیز با هم موازی هستند. همچنین اگر خطی بر یکی از خط‌های موازی عمود باشد بر دیگری عمود خواهد بود.



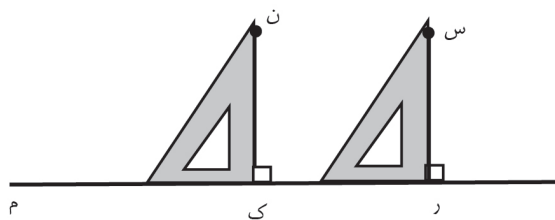
\* عمود منصف یک پاره خط، خطی است که بر آن پاره خط عمود بوده و آن را نصف می‌کند. فاصله‌ی هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط تا دو سر آن پاره خط به یک اندازه است.



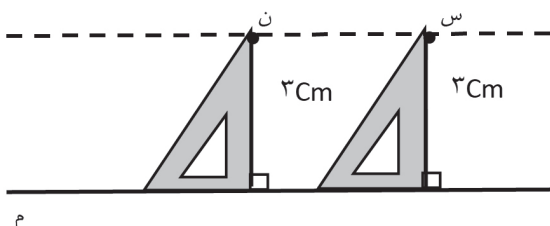
### رسم دو خط موازی:

برای رسم دو خط موازی از سه روش زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

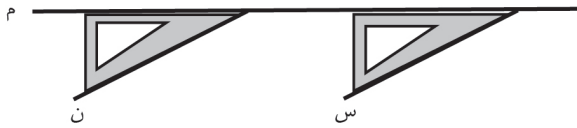
روش اول: یک خط (مثلاً خط م) و دو نقطه را بیرون این دو خط در نظر می‌گیریم. به کمک گونیا و از این دو نقطه دو خط عمود بر خط (م) رسم می‌کنیم. دو خط رسم شده با هم موازی هستند.



روش دوم: به کمک گونیا دو نقطه خارج از خط (م) انتخاب می‌کنیم به طوری که فاصله این دو نقطه از خط (م) با هم برابر باشند. حالا کافی است که این دو نقطه را به هم وصل کنیم تا دو خط موازی به دست بیاید.

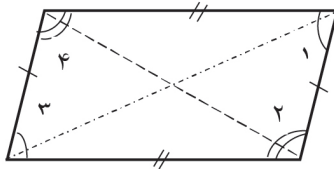


روش سوم: گونیا را مثل شکل رو به رو روی خط (م) قرار می‌دهیم و این دو خط با خط (م) زاویه‌های مساوی ایجاد می‌کنند خط‌های ایجاد شده با هم موازی هستند.



**نکته:** با کمک نقاله هم می‌توان خط‌هایی رسم کرد که با خط (م) زاویه‌های مساوی بسازند و بنابراین باهم موازی باشند.

**چهارضلعی‌ها:** شکل‌هایی هستند که از چهار پاره خط تشکیل شده‌اند. مثل:  
\* **متوازی‌الاضلاع** که در آن:



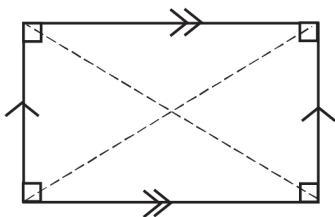
۱. ضلع‌های رو به رو به دو به دو با هم مساوی و موازیند.
۲. زاویه‌های رو به رو با هم برابرند.
۳. دو قطر دارد و قطرهای یک دیگر را نصف می‌کنند.

۴. مجموع هر دو زاویه مجاور ۱۸۰ درجه است، که از این ویژگی در به دست آوردن زاویه‌های مجهول متوازی‌الاضلاع در سوالات استفاده می‌کنیم.

$$\hat{1} + \hat{4} = \hat{1} + \hat{2} = \hat{3} + \hat{4} = \hat{3} + \hat{2} = 180^\circ$$

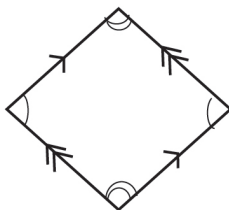
۵. مجموع زاویه‌های داخلی آن مانند بقیه‌ی چهارضلعی‌ها ۳۶۰ درجه است.

\* **مستطیل:** نوعی متوازی‌الاضلاع است که زاویه‌های آن قائمه باشد و در آن:



۱. ضلع‌های رو به رو با هم موازی و مساوی هستند.
۲. قطرهای با هم مساوی هستند.
۳. دارای چهار زاویه ی راست ۹۰ درجه است.

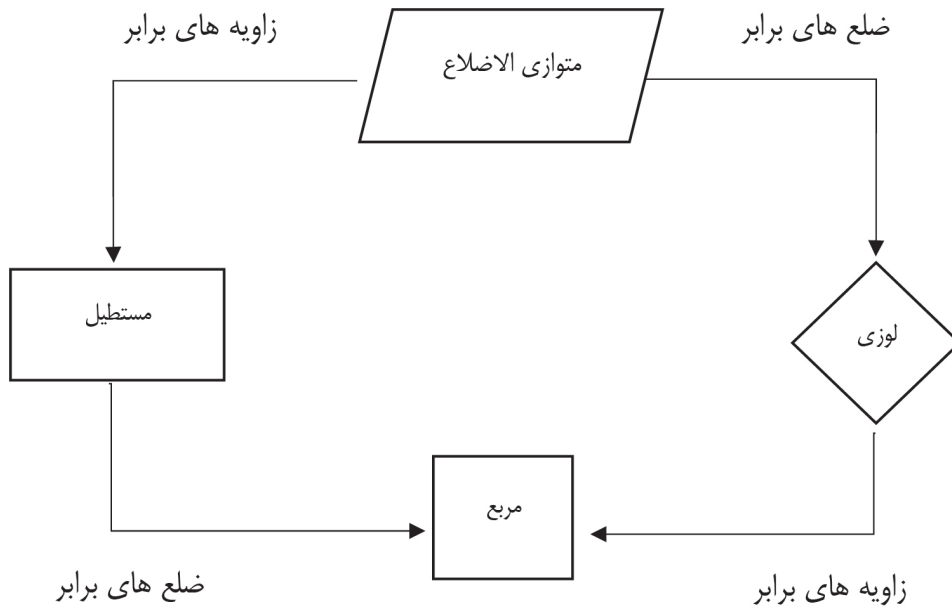
\* **لوزی:** متوازی‌الاضلاعی است که همه‌ی اضلاع آن با هم برابرند و در آن:



۱. ضلع‌های رو به رو باهم موازی هستند.
۲. چهار ضلع آن با هم برابر هستند.
۳. زاویه‌های رو به رو باهم برابرند.
۴. قطرهایش برهم عمودند و یک دیگر را نصف می‌کنند.

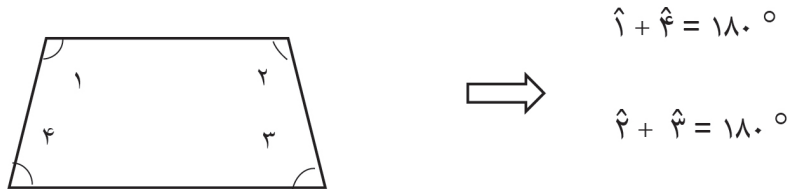


\* **مربع**: همه‌ی خواص متوازی الاضلاع، مستطیل و لوزی را دارد. می‌توانیم بگوییم مستطیل، مربع و لوزی متوازی الاضلاع هستند. به نمودار توجه کنید.



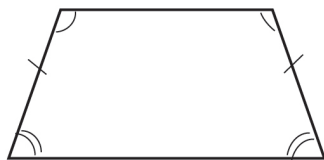
\* **دوزنقه**: چهار ضلعی است که فقط دو ضلع موازی داشته باشد.

نکته: در دوزنقه مجموع دو زاویه‌ی مجاور به هر ساق،  $180^\circ$  درجه است.



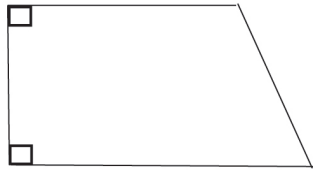
دو نوع دوزنقه‌ی معروف داریم که عبارتند از:

۱- دوزنقه‌ی متساوی الساقین: دارای دو قاعده‌ی کوچک و بزرگ و دو ضلع هم اندازه (دو ساق برابر) می‌باشد.

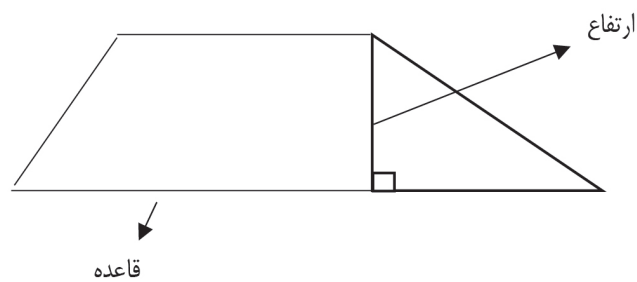
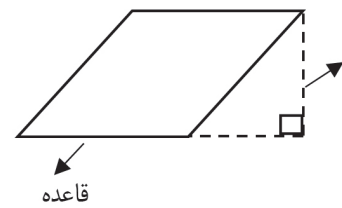
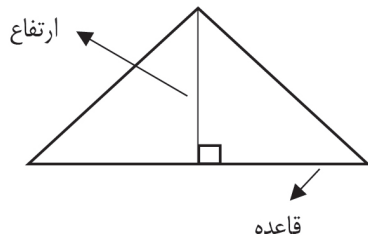


نکته: در دوزنقه‌ی متساوی الساقین، دو زاویه‌ی مجاور به قاعده‌ی کوچک با هم برابرند. همچنین دو زاویه‌ی مجاور به قاعده‌ی بزرگ نیز با هم برابرند.

۲- دوزنقه‌ی قائم الزاویه: دوزنقه‌ای که در آن یکی از ساق‌ها بر دو قاعده عمود است.



\* در چند ضلعی‌ها ضلعی که ارتفاع بر آن عمود می‌شود قاعده نام دارد.



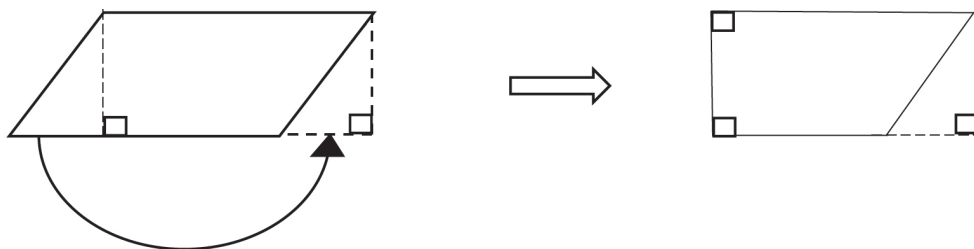
ارتفاع: پاره خطی که از یک رأس به ضلع رو به رو عمود می‌شود ارتفاع نام دارد.

هر شکل با توجه به تعداد رأس‌هایش می‌تواند چند ارتفاع داشته باشد.

### اندازه‌گیری مساحت

\* مساحت متوازی الاضلاع: می‌دانیم که مساحت هر مستطیل برابر است با (طول  $\times$  عرض).

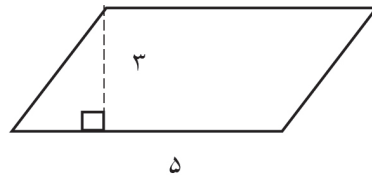
با تبدیل متوازی الاضلاع به مستطیل می‌توانیم فرمول مساحت متوازی الاضلاع را بیابیم.



با توجه به شکل بالا، ارتفاع متوازی الاضلاع همان عرض مستطیل و قاعده‌ی آن همان طول مستطیل

است. پس داریم:

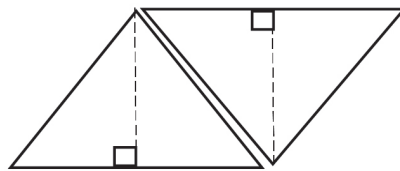
$$\text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{مساحت متوازی الاضلاع} \Rightarrow \text{طول} \times \text{عرض} = \text{مساحت مستطیل}$$



به عنوان مثال در شکل رو به رو

$$\Rightarrow \text{مساحت} = 3 \times 5 = 15$$

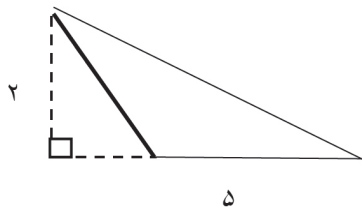
\* مساحت مثلث: اگر دو مثلث برابر را به هم بچسبانیم یک متوازی الاضلاع به دست می‌آید که ارتفاع و قاعده‌ی آن با ارتفاع و قاعده‌ی مثلث برابر است. بنابراین می‌توانیم بگوییم مساحت مثلث نصف مساحت متوازی الاضلاع است.



پس داریم؛

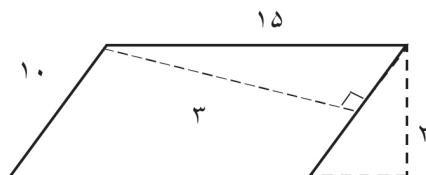
$$\div 2 (\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}) = \text{مساحت مثلث} \Rightarrow \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{مساحت متوازی الاضلاع}$$

به عنوان مثال در مثلث رو به رو داریم:



$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث} = 2 \div 2 = 10 \div 2 = 5$$

نکته: در مثلث و متوازی الاضلاع با در نظر گرفتن قاعده و ارتفاع‌های مختلف می‌توان مساحت شکل را به چند صورت حساب کرد به عنوان مثال در متوازی الاضلاع رو به رو داریم:



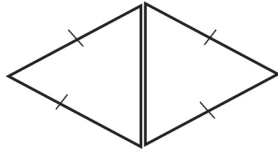
$$15 \times 2 = 30 = \text{مساحت} \Rightarrow \text{ارتفاع} = 2 \text{ و قاعده} = 15$$

$$10 \times 3 = 30 = \text{مساحت} \Rightarrow \text{ارتفاع} = 3 \text{ و قاعده} = 10$$

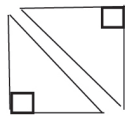
که در هر صورت پاسخ مساحت‌ها با هم برابر است.

نکته:

۱- با در کنار هم قرار دادن دو مثلث متساوی الساقین برابر، می توان یک لوزی ساخت:



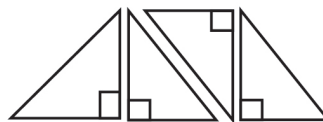
۲- با در کنار هم قرار دادن دو مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه ی برابر می توان یک مربع ساخت:



۳- با در کنار هم قرار دادن ۴ مثلث قائم الزاویه ی برابر، می توانیم شکل های زیر را بسازیم.



متوازی الاضلاع

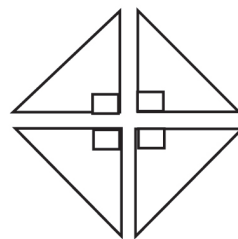


دوزنقه



مستطیل

نوع دیگری از دوزنقه را با ۳ مثلث قائم الزاویه ی برابر نیز می توان ساخت.



لوزی

با این اوصاف مساحت اشکال مختلف را به این صورت داریم:

مساحت مستطیل = طول  $\times$  عرض ، مساحت متوازی الاضلاع = قاعده  $\times$  ارتفاع

مساحت مثلث =  $\frac{1}{2} \times$  (قاعده  $\times$  ارتفاع) ، مساحت لوزی =  $\frac{1}{2} \times$  (قطر کوچک  $\times$  قطر بزرگ)

مساحت مربع = یک ضلع ضرب در خودش یا  $\frac{1}{2} \times$  (قطر  $\times$  قطر)

مساحت دوزنقه =  $\frac{1}{2} \times$  (ارتفاع  $\times$  مجموع دو قاعده)

واحدهای اندازه گیری طول کیلومتر، متر، سانتی متر، میلی متر، و ... هستند.

واحدهای اندازه گیری مساحت کیلومتر مربع، متر مربع، سانتی متر مربع، میلی متر مربع و ... هستند.

واحدهای اندازه گیری قابل تبدیل به همدیگر هستند.

$$۱ \text{ سانتی متر} = ۱۰ \text{ میلی متر}$$



$$۱ \text{ سانتی متر مربع} = ۱۰۰ \text{ میلی متر مربع}$$

$$۱ \text{ متر} = ۱۰۰ \text{ سانتی متر}$$



$$۱ \text{ متر مربع} = ۱۰۰۰۰ \text{ سانتی متر مربع}$$

### اندازه گیری محیط

به اندازه‌ی دور تا دور هر شکل محیط آن شکل گفته می‌شود. واحد اندازه گیری محیط همان واحد اندازه گیری طول است. یعنی، کیلومتر، متر، سانتی متر، میلی متر، ...

گفتیم که محیط برابر با مجموع ضلع‌های دور تا دور شکل می‌باشد ولی به طور کلی می‌توان برای محیط شکل‌های مختلف رابطه‌های زیر را نوشت.

$$۴ \times \text{یک ضلع} = \text{محیط مربع و (عرض + طول)} \times ۲ = \text{محیط مستطیل}$$

$$\text{مجموع سه ضلع یا یک ضلع} \times ۳ = \text{محیط مثلث و (ارتفاع + قاعده)} \times ۲ = \text{محیط متوازی الاضلاع}$$

نکته: اگر اندازه‌ی ضلع یا قطر مربعی را  $(A)$  برابر کنیم، مساحت آن  $(A \times A)$  برابر می‌شود اما محیط آن  $A$  برابر می‌شود. در مورد تغییرات اندازه‌ی طول و عرض مستطیل، قاعده و ارتفاع مثلث یا متوازی الاضلاع و قطرهای لوزی هم برای به دست آوردن تغییرات مساحت کافی است تغییرات را در هم ضرب کنیم.

مثال: اگر قاعده‌ی مثلثی را ۴ برابر و ارتفاع آن را نصف کنیم مساحت آن چه تغییری می‌کند؟

$$۴ \times \frac{۱}{۴} = \frac{۴}{۴} = ۱ \quad \text{نصف} = \frac{۱}{۲}$$

مساحت آن ۲ برابر می‌شود.

مثال: اگر قطر کوچک یک لوزی را ۲ برابر و قطر بزرگ آن را نصف کنیم مساحت آن چه تغییری می‌کند؟

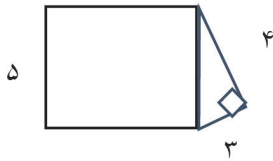
$$۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۲} = ۱ \quad \text{مساحت آن ۱ برابر می‌شود یا تغییری نمی‌کند.}$$

### محاسبه‌ی محیط و مساحت شکل‌های ترکیبی

برای اینکه مساحت شکل‌های ترکیبی را به دست آوریم باید بینیم که شکل ما از چه شکل‌هایی (مربع، مستطیل، مثلث، متوازی الاضلاع و ...) تشکیل شده است، سپس مساحت هر یک از آن‌ها را

جداگانه حساب نموده و با استفاده از آن‌ها مساحت شکل جدید را به دست آوریم.  
برای محاسبه محیط شکل‌های ترکیبی فقط طول اضلاعی که دور تا دور شکل جدید هستند را با هم جمع می‌کنیم.

به عنوان مثال محیط و مساحت شکل زیر را به این صورت محاسبه می‌کنیم:  
شکل رو به رو از یک مربع و یک مثلث تشکیل شده است پس مساحت هر یک را جداگانه محاسبه می‌کنیم و سپس جمع می‌نماییم.



$$\text{مساحت مربع} = ۵ \times ۵ = ۲۵$$

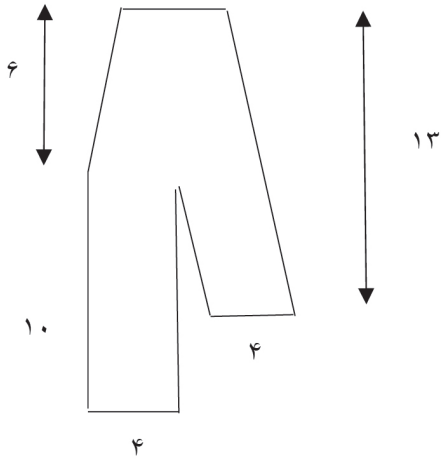
$$\text{مساحت مثلث} = (۴ \times ۳) \div ۲ = ۶ \quad \Rightarrow \quad \text{مساحت شکل جدید} = ۲۵ + ۶ = ۳۱$$

برای محاسبه‌ی محیط این شکل باید مجموع ضلع‌های دور تا دور شکل را به دست آوریم.

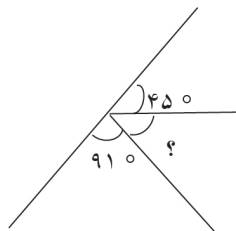
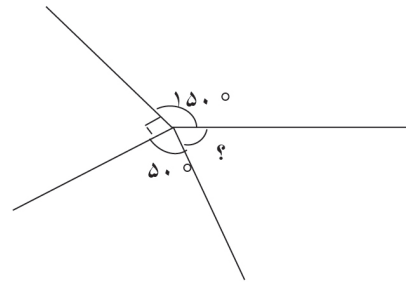
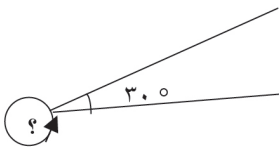
$$۵ + ۵ + ۵ + ۳ + ۴ = ۲۲$$

## تمرین های تکمیلی

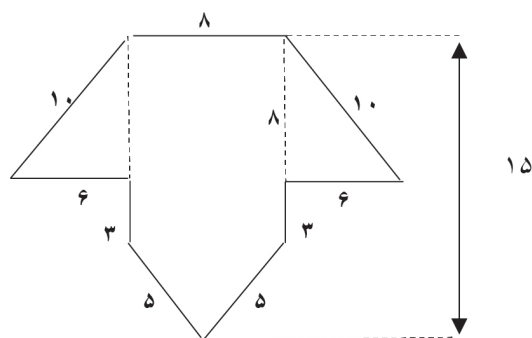
۱- مساحت شکل زیر چقدر است؟



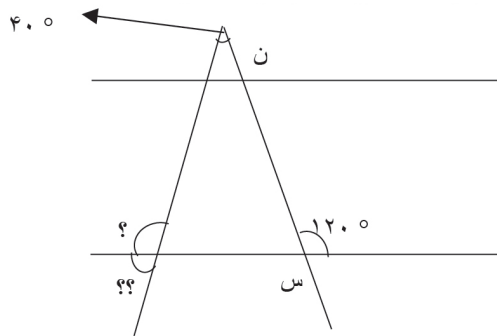
۲- زاویه هایی که با علامت سوال مشخص شده اند را بنویسید.



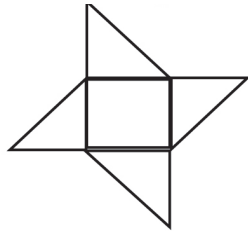
۳- مساحت و محیط شکل زیر چند است؟



۴- در شکل زیر مقدار دو زاویه ی «؟» و «؟؟» چقدر است؟ (دو خط افقی با هم موازی اند.)

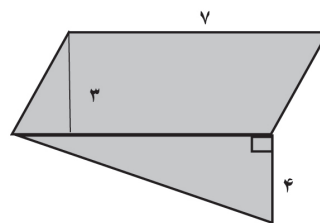
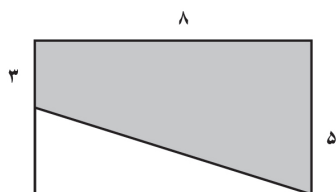
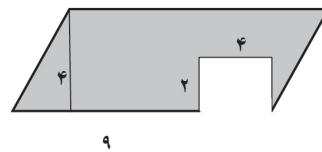
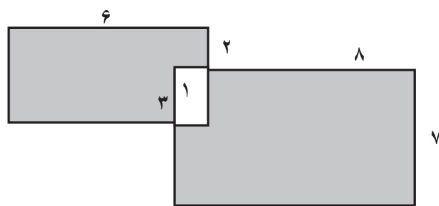


۵- اگر مساحت مربع در شکل رو به رو ۱۶ سانتی متر مربع باشد و مثلث‌ها متساوی الساقین باشند مساحت مثلث چند سانتی متر مربع بود؟



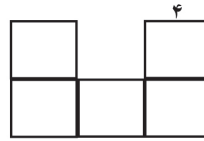
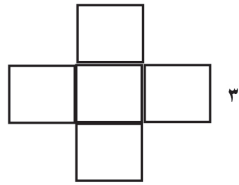
۶- طول یک زمین کشاورزی ۵۱ کیلومتر و عرض آن ۲۳ کیلومتر است. اگر ۸۵۶ کیلومتر مربع آن گندم کاشته شود، چه مقدار از آن خالی می ماند؟

۷- مساحت قسمت رنگی را به دست آورید.





۸- محیط و مساحت شکل های زیر را حساب کنید. ( همه شکل ها مربع است )



۹- میزی به طول ۵۰۰ سانتی متر و عرض ۳۰۰ سانتی متر داریم . می خواهیم یک رومیزی برای آن درست کنیم که از هر طرف ۱۰۰ سانتی متر آویزان باشد، مساحت رومیزی باید چند سانتی متر مربع باشد ؟

ن ت	ق ق	خ	خ خ	اهداف و انتظارات
				۱. دلایل موازی بودن دو خط را توضیح می‌دهد و از یک نقطه به یک خط به کمک گونیا خط عمود می‌کند.
				۲. دو خط موازی به کمک گونیا رسم می‌کند و در شکل داده شده خطوط موازی را پیدا می‌کند.
				۳. شکل‌های هندسی را به درستی رسم می‌کند و ویژگی‌های آنها را توضیح می‌دهد.
				۴. ارتفاع و قاعده را تعریف کرده و در شکل نشان می‌دهد.
				۵. با توجه به ویژگی‌های شکل‌های مختلف با کمک اندازه‌های معلوم اندازه‌ی ضلع‌ها و زاویه‌های نامعلوم را به دست می‌آورد.
				۶. مساحت مثلث و متوازی‌الاضلاع را پیدا می‌کند.
				۷. معنی محیط را می‌فهمد و محیط شکل‌های مختلف را باهم مقایسه می‌کند و توضیح می‌دهد.
				۸. محیط و مساحت شکل‌های ترکیبی را به دست می‌آورد.

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

..... من یاد گرفتم

.....

..... اما من یاد نگرفتم

.....

..... آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم

فصل هفتم  
**آمار**

## آمار

به علم جمع آوری و بررسی اطلاعات عددی، آمار گفته می‌شود و به جدولی که در آن اطلاعات مربوط به داده‌ها را می‌نویسیم جدول آماری می‌گوییم.

برای بررسی و مقایسه‌ی بهتر اعداد داده شده، از انواع نمودارها استفاده می‌کنیم که در این کتاب دو تا از این نمودارها را معرفی می‌کنیم: نمودار میله‌ای یا ستونی، نمودار خط شکسته.

برای بررسی نمودارها بر اساس جدول داده یا جدول آماری که داریم دو محور عمود برهم رسم می‌کنیم و موضوع داده‌ها را روی محور افقی و اطلاعات عددی آنها را روی محور عمودی نمایش می‌دهیم.

### نمودار میله‌ای یا ستونی

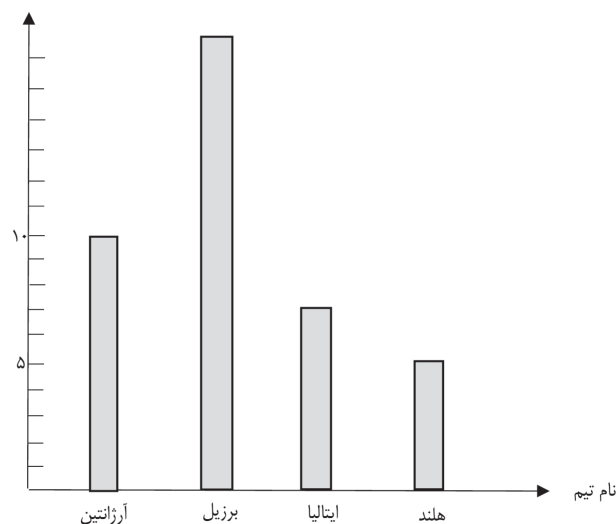
در این نمودار همانطور که گفته شد دو محور عمود برهم داریم که محور افقی، نوع دسته بندی یا طبقه بندی و محور عمودی، مقدار عددی هر دسته را نشان می‌دهد. از این نمودار برای مقایسه داده‌ها و پیدا کردن سریع بیشترین و کمترین داده استفاده می‌شود.

در مثال زیر به جدول آماری و نمودار ستونی آن توجه کنید.

نام تیم	تعداد طرفداران
آرژانتین	۱۰
برزیل	۱۳
ایتالیا	۷
هلند	۵

تعداد طرفداران ۴ تیم در بین دانش آموزان یک کلاس در مسابقات جام جهانی در جدول بالا مشخص شده است. نام تیم‌ها را روی محور افقی و تعداد طرفداران را روی محور عمودی، نشان می‌دهیم.

تعداد طرفداران



با توجه به نمودار تیم برزیل بیشترین تعداد طرفدار و تیم هلند کمترین تعداد طرفدار را داشته است.

### نمودار خط شکسته


در این نمودار، مقدار هر داده را با یک نقطه مشخص می‌کنیم و سپس نقاط به ترتیب به هم وصل می‌شوند. از این نمودار در مواردی که تغییرات مهم است استفاده می‌شود. تغییراتی مانند تغییرات قیمت کالاها (قیمت نفت، طلا، سهام و ...) تغییرات دما، تغییر نمره‌ی درس دانش آموز طی یک سال.

نکته:

در نمودار خط شکسته خطی که بین دو نقطه کشیده‌ایم:

اگر به صورت  باشد، یعنی مقادیر افزایش داشته است و تغییرات افزایشی است.

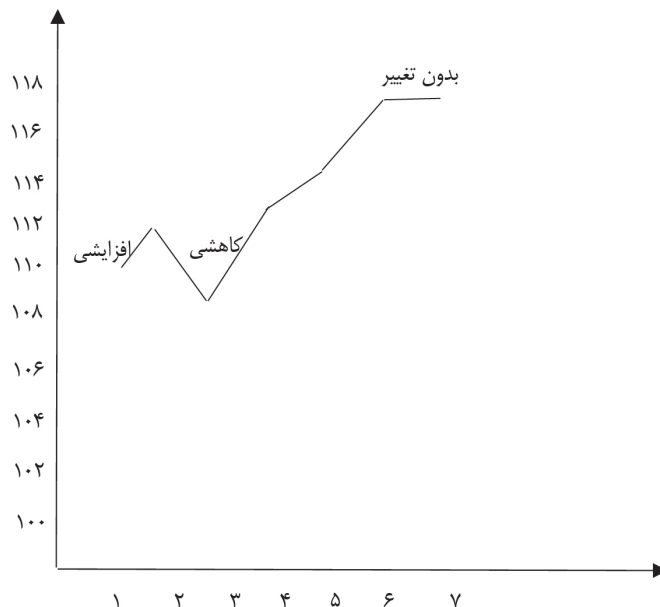
اگر به صورت  باشد، یعنی تغییرات نداشته و ثابت بوده است.

اگر به صورت  باشد، یعنی مقادیر کاهش داشته و تغییرات کاهشی بوده است.

مثال: قیمت دلار در طول یک هفته به صورت جدول زیر است.

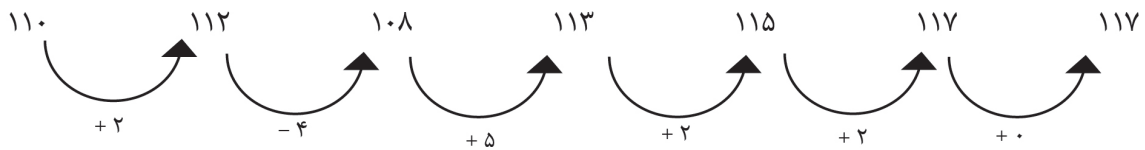
روزهای هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶
دلار	۱۱۰	۱۱۲	۱۰۸	۱۱۵	۱۱۷	۱۱۷

تذکر: چون عددها همگی از ۱۰۰ بزرگتر هستند، برای راحتی کار فقط قسمتی از محور را که از ۱۰۰ بزرگتر است نمایش می‌دهیم.



**بد فهمی رایج:** در برخی موارد هنگامی که سؤال از بیشترین یا کمترین تغییرات مطرح می‌شود افراد به اشتباه بالاترین یا پایین‌ترین نقطه را در پاسخ بیان می‌کنند. در حالیکه منظور از بیشترین تغییرات این است که فاصله‌ی دو نقطه بیشتر از بقیه‌ی فاصله‌ها باشد و منظور از کمترین تغییرات این است که فاصله‌ی دو نقطه کمتر از بقیه فاصله باشد. پس برای تشخیص بیشترین و کمترین تغییرات باید اختلاف بین هر دو داده‌ی متوالی را محاسبه کنیم و سپس بیشترین و کمترین اختلاف را مشخص کنیم.

در مثال بالا اگر اختلاف هر دو قیمت متوالی دلار را محاسبه کنیم داریم:



### مفهوم انتقال شکل در صفحه‌ی شطرنجی

زمانی که شکلی را در صفحه‌ی شطرنجی داریم و می‌خواهیم آن را انتقال دهیم با اندازه‌گیری هر ضلع چند ضلعی، بر اساس واحدهای شطرنجی، می‌توانیم شکل مورد نظر را با حفظ اندازه‌های ضلع‌ها انتقال دهیم.

نکته: در انتقال شکل‌ها در صفحه‌ی شطرنجی محیط و مساحت شکل انتقال یافته بدون تغییر باقی می‌ماند.

### احتمال

احتمال به معنای شانس وقوع یا اتفاق افتادن یک حادثه معنی می‌شود. نتیجه یک کار قبل از انجام آن کار مشخص نیست اما می‌توانیم حدس بزنیم چه نتایجی ممکن است اتفاق بیفتد.

اگر از وقوع یا عدم وقوع یک اتفاق مطمئن نباشیم از عبارتهای زیر برای بیان احتمال وقوع آن استفاده می‌کنیم:

۱. به طور حتم اتفاق می‌افتد: در مواردی به کار می‌رود که وقوع اتفاق قطعی باشد. به عنوان مثال: بعد از فصل بهار، فصل تابستان می‌آید.

۲. با احتمال بیشتر، اتفاق می‌افتد: در مواردی به کار می‌رود که احتمال وقوع اتفاق، بیشتر از نصف باشد. به عنوان مثال: به احتمال زیاد (بیشتر) در نیمه‌ی اول فصل زمستان هوا سرد می‌شود.

۳. با احتمال مساوی اتفاق می‌افتد: در مواردی به کار می‌رود که احتمال وقوع یک اتفاق، مساوی

نصف باشد. به عنوان مثال: اگر یک سگه را پرتاب کنیم، با احتمال مساوی رو یا پشت می آید.  
 ۴. با احتمال کم تر، اتفاق می افتد: در مواردی به کار می رود که احتمال وقوع یک اتفاق، کمتر از نصف باشد. به عنوان مثال: اگر یک تاس را پرتاب کنیم با احتمال کم تر، ۶ می آید.

۵. به طور حتم اتفاق نمی افتد: در مواردی به کار می رود که احتمال وقوع اتفاق، صفر باشد. به عنوان مثال: پس از فصل بهار بلافاصله فصل زمستان باشد.

مثال: در پرتاب یک تاس احتمال وقوع اتفاق های زیر را با یک عبارت بیان کنید:

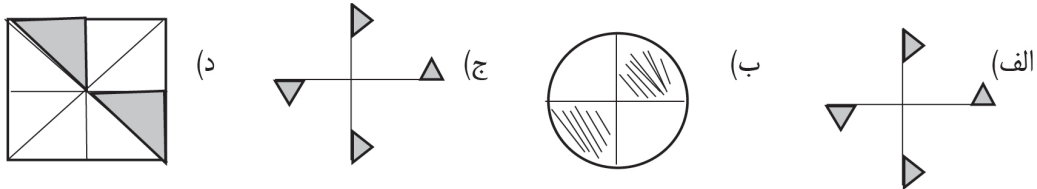
- عدد بزرگ تر از صفر بیاید: به طور حتم اتفاق می افتد چون اعداد تاس که ۱ تا ۶ هستند بزرگتر از صفر می باشند.
- عدد کوچک تر از ۶ بیاید: به احتمال بیشتر اتفاق می افتد
- عدد زوج بیاید: به احتمال برابر اتفاق می افتد چون در اعداد ۱ تا ۶ تاس، سه عدد زوج و سه عدد فرد داریم که تعدادشان با هم برابر است.
- عدد ۶ بیاید: به احتمال کمتر اتفاق می افتد.
- عدد ۷ بیاید: به طور حتم اتفاق نمی افتد. چون اعداد تاس ۱ تا ۶ هستند پس به طور حتم ۷ نمی آید.

### مفهوم دوران

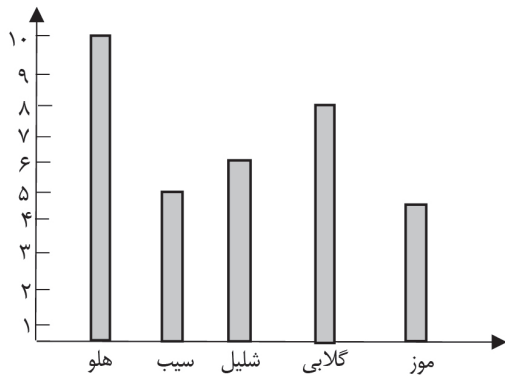
هر گاه شکلی را به اندازه ی زاویه ی مشخص شده بچرخانیم می گوئیم شکل دوران یافته است.

## تمرین های تکمیلی

۱- هر یک از شکل های زیر چند درجه باید بچرخند تا دوباره روی خودشان بیفتند؟



۲- با توجه به نمودار زیر،



(الف) بیشترین تعداد از کدام میوه است؟

(ب) اختلاف تعداد کدام دو میوه از همه بیشتر است؟

(ج) مجموع تعداد میوه ها چقدر است؟

۳- درون کیسه ای ۲ مهره ی آبی، ۳ مهره ی قرمز، ۳ مهره ی زرد و ۵ مهره ی سبز موجود است. یک مهره را بدون نگاه کردن از کیسه خارج می کنیم. احتمال هر کدام از جملات زیر را بیان کنید.

(الف) احتمال اینکه، مهره سبز رنگ باشد.

(ب) احتمال اینکه، مهره قرمز رنگ نباشد.

(ج) احتمال اینکه مهره قرمز باشد با احتمال اینکه مهره زرد باشد چگونه است؟

۴- هر یک از پاره خط های زیر که در نمودار خط شکسته استفاده می شود، چه معنایی دارد؟





۵- قیمت دلار در یک دوره ی ده روزه به شرح جدول زیر می باشد. شما چه نوع نموداری برای بررسی این جدول پیشنهاد می کنید. آن را رسم نمایید.

روز	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	هفتم	هشتم	نهم	دهم
قیمت دلار	۱۰۴	۱۰۷	۱۱۰	۱۱۰	۱۱۵	۱۱۲	۱۱۴	۱۱۷	۱۱۵	۱۲۰

اهداف و انتظارات	خ	خ	ق	ن
۱. جدول آماری را می شناسد و به کمک آن نمودار داده ها را رسم می کند.				
۲. موارد کاربرد نمودار ستونی و نمودار خط شکسته را می داند.				
۳. نمودار ستونی را به درستی رسم کرده و بیشترین و کمترین داده ها را از روی نمودار توضیح می دهد.				
۴. نمودار خط شکسته را به درستی رسم کرده و بیشترین و کمترین تغییرات را از روی نمودار به خوبی توضیح می دهد.				
۵. تشخیص می دهد چه زمانی عددهای محور عمودی را از صفر شروع نمی کنیم.				
۶. مفهوم احتمال را درک می کند و نمونه هایی از احتمال را در زندگی روزمره بیان می کند.				
۷. احتمال وقوع اتفاق ها را به درستی با یک عبارت بیان می کند.				
۸. سؤال های مربوط به دوران اشکال را به درستی پاسخ می دهد.				

جدول ارزیابی دانش آموز

### خود سنجی:

من یاد گرفتم .....

.....

اما من یاد نگرفتم .....

.....

آنچه باید انجام دهم تا بهتر یاد بگیرم .....